

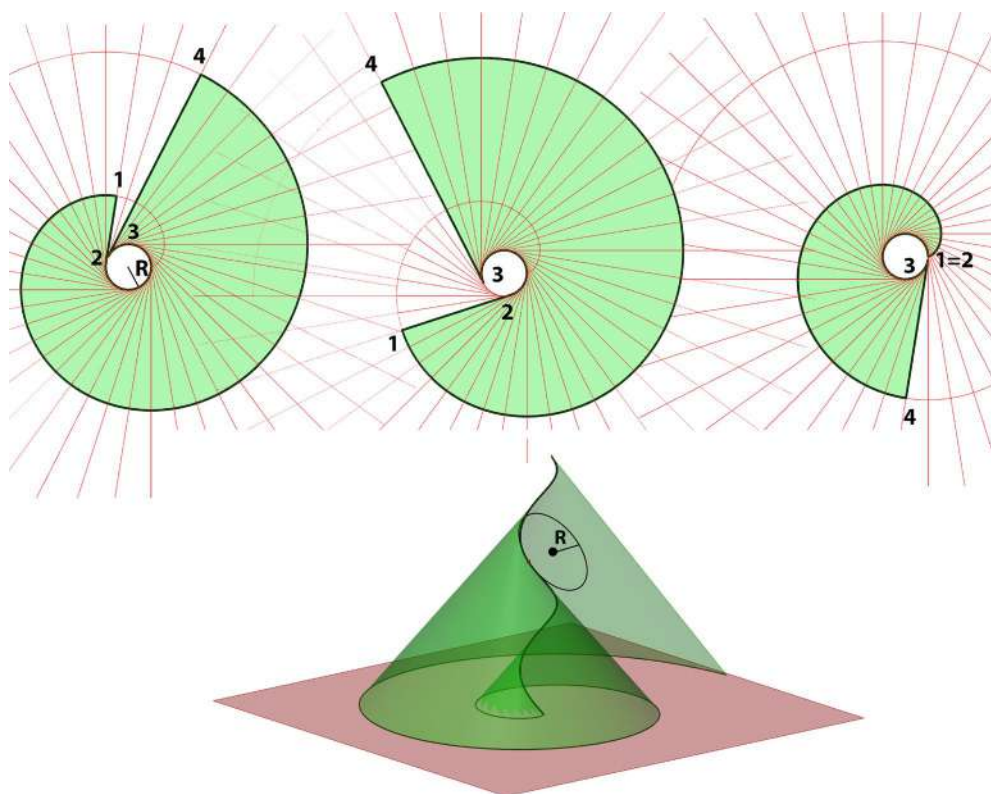


Fig. 16/ La geometria della sviluppata è composta dall'arco di circonferenza 23, dal pezzo di involuta 14 e da due segmenti rettilinei 34 e 12, che rappresentano la prima e l'ultima generatrice del pezzo di elicoide sviluppato. Al variare di questi elementi variano i pezzi di elicoide a cui corrisponde lo sviluppo.

Per $0 < t < 2\pi$ la funzione rappresenta un periodo.

Anche in questo caso per la definizione dello *script* il processo si basa sul disegno della curva utilizzando n punti e le espressioni matematiche per determinarne le coordinate.

Per costruire l'algoritmo è necessario definire gli input da cui dipendono il *dominio* e il *range*, l'intervallo di valori. L'input è definito dai parametri che possono essere modificati per ottenere le diverse configurazioni della curva. La definizione dei parametri in relazione a esigenze specifiche è una fase cruciale del processo.

Nel caso dell'*involuta* del cerchio, i parametri sono il raggio del cerchio su cui si sviluppa l'*involuta*, il numero di punti, il *range*, e l'estensione della curva definita dal *dominio*. Il *dominio* consente di defini-

4. Sviluppo e “spianamento” approssimato delle superfici

re e, quindi di visualizzare, una parte di una curva teoricamente infinita. I componenti necessari per costruire il *dominio* sono il punto iniziale con cui si definisce il punto iniziale della curva, che in questo caso è stato impostato in modo che possa variare tra 0 e 360° e che comunque può essere modificato in relazione a specifiche esigenze, e il punto finale del *dominio*, parametro che permette di aumentare o diminuire l'estensione della curva.

Poiché l'equazione della curva si basa su funzioni goniometriche una delle principali caratteristiche è quella di essere periodica (ogni periodo è pari a $2\pi = 360^\circ$) lo *script* consente di variare l'angolo e, quindi, impostando multipli di 360° si visualizzeranno periodi interi altrimenti frazioni (Fig.15). Il *Range* definisce, come di consueto, quanti punti verranno considerati nel *dominio* definito. Quindi questo parametro influisce sull'approssimazione della curva, infatti maggiore è la scala attribuita all'intervallo, più punti saranno identificati all'interno del *dominio* e migliore sarà l'approssimazione della curva (Fig.15). Per disegnare sul piano la sviluppata di una porzione di elicoide avente come curve di bordo un'elica cilindrica e l'involuta del cerchio del cilindro dell'elica sarà sufficiente disegnare un cerchio avente il raggio del cerchio osculatore dell'elica e la sua involuta. Determinato il cerchio sul piano, che rappresenta lo sviluppo dell'elica, l'involuta potrà essere costruita indifferentemente con il *metodo geometrico descrittivo* o con il *metodo matematico*. Una volta costruite le due curve si può tracciare lo sviluppo di n generatrici dividendo il cerchio in n parti e conducendo le tangenti.

La geometria della sviluppata è composta dall'arco di circonferenza 23, dal pezzo di involuta 14 e da due segmenti rettilinei 34 e 12, che rappresentano la prima e l'ultima generatrice del pezzo di elicoide sviluppato.

Dal piano alla superficie

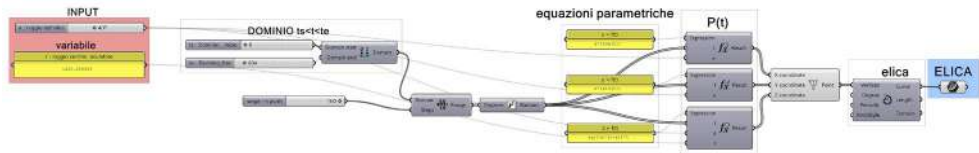


Fig. 17/ *Script* per costruire la famiglia di eliche con stessa curvatura. Il parametro a è il raggio del cilindro su cui l'elica si sviluppa, e come input r il raggio del cerchio osculatore. *Script* elaborato in collaborazione con Gianluca Barile.

Al variare di questi elementi variano i pezzi di elicoide a cui corrisponde lo sviluppo (fig. 16).

Dalla sviluppata alla superficie

La determinazione della sviluppata di una superficie è un problema che ammette un'unica soluzione. Al contrario il problema inverso ammette infinite soluzioni in un determinato intervallo.

Si può, infatti, verificare che assegnata la sviluppata di una porzione di elicoide esistono infiniti elicoidi che possono essere costruiti utilizzando la stessa forma piana¹²: sono tutti gli elicoidi generati da eliche con lo stesso cerchio osculatore e quindi con la stessa curvatura.

Per gestire il problema inverso si considera che il bordo interno della sviluppata è un arco di circonferenza AB il cui raggio è uguale al raggio r del cerchio osculatore dell'elica, pertanto r è, in questo caso, un dato del problema: un valore assegnato.

Si dimostra che tale arco di circonferenza è lo sviluppo di infinite eliche aventi la stessa curvatura $k=1/r$. Il problema è, quindi, quello di generare tutte le eliche appartenenti a questa famiglia.

Partendo da questo presupposto è stato definito uno *script* che ha come variabile a , il raggio del cilindro su cui l'elica è costruita, e come input r il raggio del cerchio osculatore.

Poiché la curvatura dell'elica è nota ed è $k=1/r$, si passa dalle funzioni parametriche dell'elica:

$$X= a(\cos(t))$$

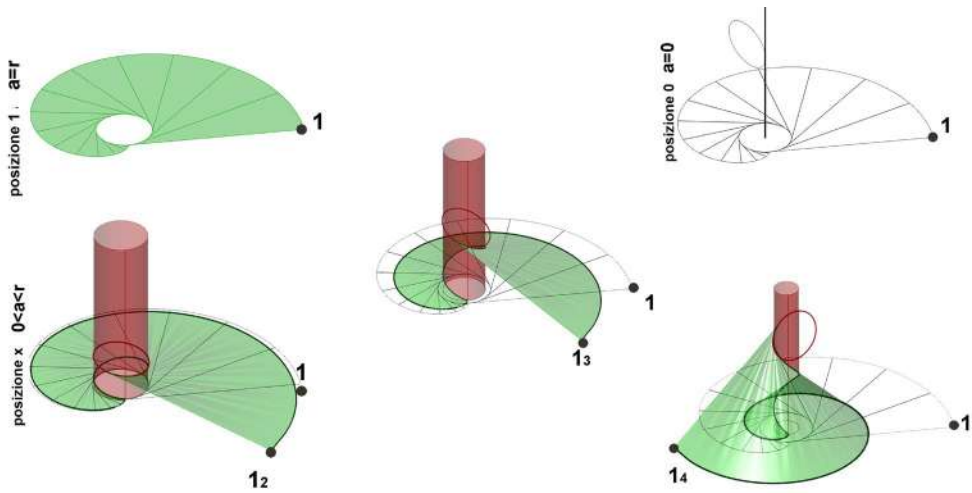
$$T= a(\sin(t))$$

$$Z= bt$$

dove a è il raggio del cilindro e b è il passo dell'elica,

¹² Martín Pastor A. 2020.

4. Sviluppo e "spianamento" approssimato delle superfici



alle funzioni parametriche che si ottengono esprimendo b in funzione della curvatura e , e quindi, in funzione di r , del raggio del cerchio osculatore:

$$X = a(\cos(t))$$

$$T = a(\sin(t))$$

$$Z = \sqrt{a(r-a)}t$$

Infatti, poiché $k = 1/r$, e poiché la curvatura dell'elica è espressa anche dalla seguente relazione:

$$K = a\sqrt{a^2 + b^2}$$

si ha che:

$$1/r = a\sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{da cui:}$$

$$r = (a^2 + b^2) / a$$

$$ra = a^2 + b^2$$

$$b^2 = ra - a^2$$

$$b = \sqrt{ra - a^2}$$

Quindi sostituendo b in $Z = -bt$, si ha:

$$Z = -(\sqrt{ra - a^2})t$$

Nel nuovo *script* a diventa così la variabile che consente di generare tutte le eliche aventi lo stesso cerchio osculatore di raggio r (Fig.17).

Impostando il valore $0 < a < r$, si ottengono le infinite eliche della famiglia cercata.

In particolare, si definiscono due posizioni limite per $a=0$ il cilindro degenera in una retta e quindi an-

Fig. 18/ Al variare del parametro $0 < a < r$ si ottengono tutte le eliche con stessa curvatura e quindi le diverse posizioni dell'elicoide. per $a=0$ e $a=r$ si ottengono le due posizioni limite.

Dal piano alla superficie

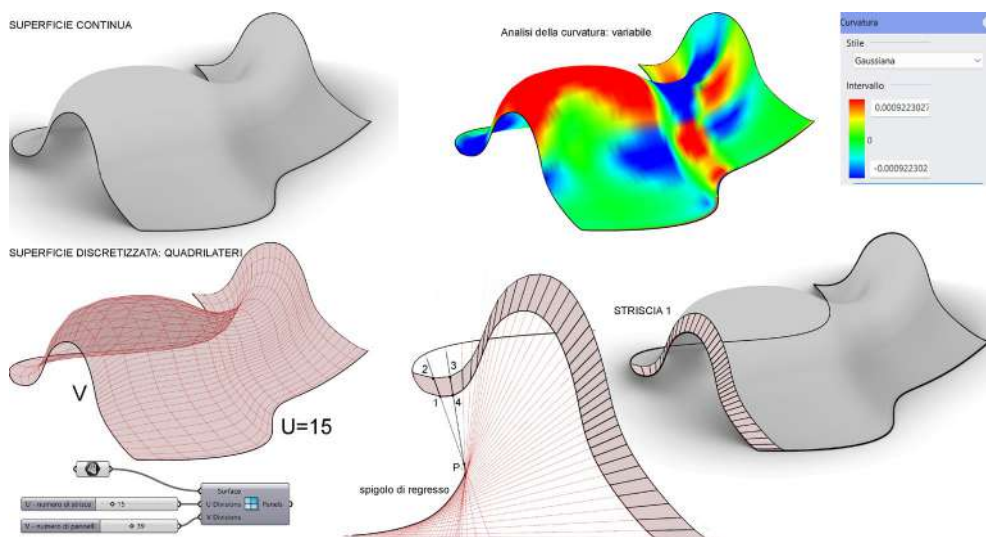


Fig.19/ "Spianamento" approssimato di una superficie a curvatura variabile. La superficie si discretizza in strisce composte da quadrilateri piani.

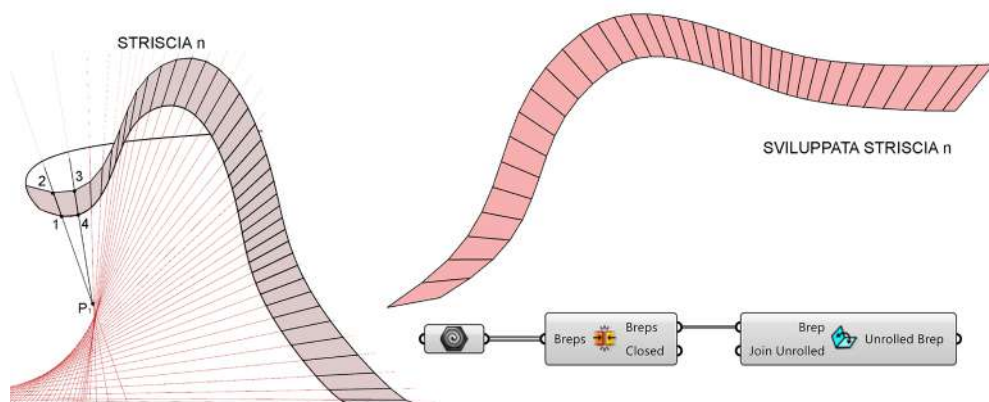
che l'elica, mentre per $a=r$ l'elica degenera nel suo sviluppo piano. Costruendo l'elicoide al variare di a si ottengono le diverse posizioni della superficie, rappresentando analiticamente il movimento che la superficie compie nel passare dalla forma piana alla sua configurazione spaziale (Fig. 18).

Superfici non sviluppabili

Le superfici a doppia curvatura gaussiana, negativa o positiva, sono superfici non sviluppabili; non possono, quindi, essere distese sul piano senza rotture o sovrapposizioni. Le strategie per poter costruire queste superfici, tagliando una forma piana, sono molteplici. Da un punto di vista metodologico, sono stati individuati due diversi approcci la cui scelta dipende dal materiale, dalla scala e delle specificità del progetto. In entrambi i casi il punto di partenza è l'approssimazione della superficie continua: nel primo caso la superficie si discretizza in strisce sviluppabili utilizzando un metodo ormai consolidato¹³ e si può costruire con un materiale flessibile e indeformabile, mentre nel secondo caso si determina uno sviluppo approssimato dell'intera superficie che

¹³ Pottmann H. 2008.

4. Sviluppo e “spianamento” approssimato delle superfici



si può costruire con un materiale che, deformandosi, consente di ottenere la forma di progetto.

Strisce sviluppabili

Per costruire una superficie a curvatura variabile utilizzando *strisce sviluppabili* si divide la superficie in quadrilateri piani, utilizzando i parametri U e V. Assegnando opportunamente i valori ad U e V si definisce il numero di strisce nella direzione considerata prevalente, ad esempio U, e il numero di quadrilateri per ogni striscia (V) (Fig. 19). Considerando la faccia 1234 di una striscia e prolungando i lati opposti 12 e 34 si determina il punto di incidenza P. Prolungando tutti gli n lati si individueranno n punti di intersezione, collegando tali punti si ottiene una curva gobba: lo spigolo di regresso della tangenziale che approssima la superficie. Esistono specifici algoritmi per ottimizzare la superficie in modo da trasformarla in parti sviluppabili che non sono oggetto di questa trattazione¹⁴. Una volta divisa la superficie in strisce poliedriche si può utilizzare un qualsiasi componente che consente di ottenere la sviluppata della striscia. Sviluppando le n strisce, in cui la superficie è stata divisa si può costruire la forma con pezzi planari, in questo caso sarà necessario progettare le connessioni.

Fig. 20/ Le strisce sono composte da quadrilateri piani. I lati opposti si incontrano sullo spigolo di regresso pertanto le strisce sono teoricamente sviluppabili. Sviluppata di una striscia.

¹⁴ La superficie di forma libera potrebbe essere eventualmente ottimizzata in funzione di specifiche esigenze costruttive che non sono oggetto di questo studio. Per approfondimenti si veda: Verhoeven F. et. al. 2022.

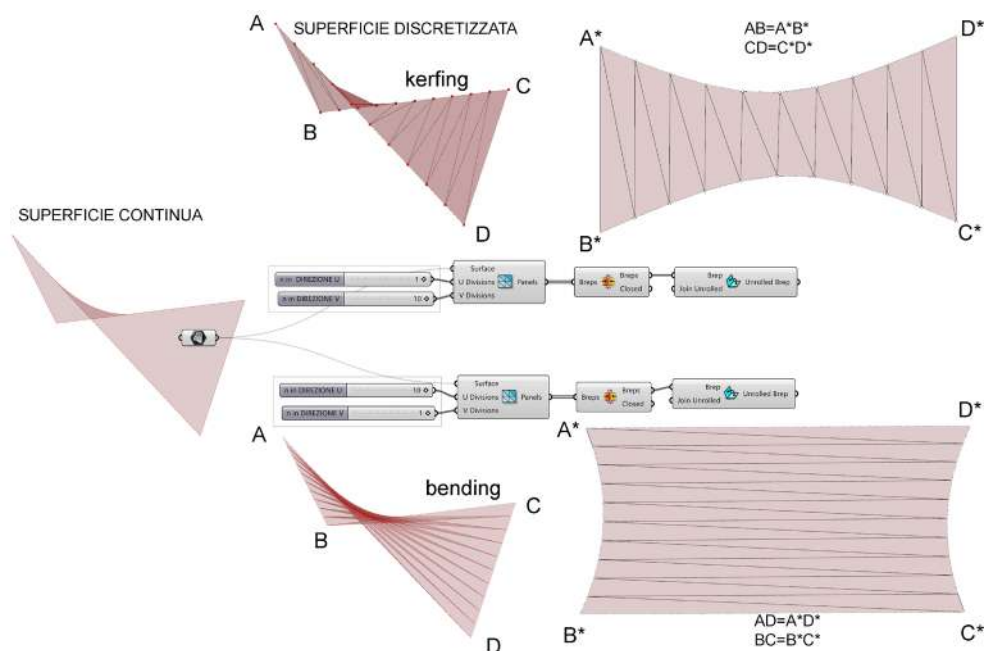


Fig. 21/ "Spianamento" approssimato di un paraboloide iperbolico. La superficie si discretizza in triangoli. La sagoma tagliata dovrà essere resa deformabile con tagli o pieghe.

"Spianamento" approssimato

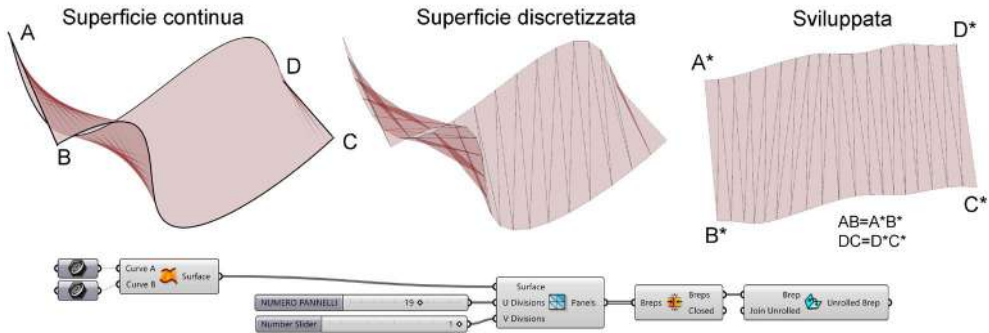
Per determinare lo "spianamento" approssimato di una superficie non sviluppabile sono stati analizzati i principi e i metodi utilizzati per definire lo sviluppo delle superfici sviluppabili e le tecniche di fabbricazione che consentono di modificare le caratteristiche del materiale per renderlo deformabile e che possono "compensare" l'approssimazione insita nell'operazione di "spianamento", grazie a "rotture", *kerfing*, o "sovrapposizioni", *bending*.

Da un punto di vista metodologico sono stati individuati i seguenti casi fondamentali: lo "spianamento" approssimato delle rigate non sviluppabili e lo "spianamento" delle superfici a curvatura variabile.

Rigate non sviluppabili

Gli approfondimenti sulle rigate non sviluppabili ed in particolare sul *paraboloide iperbolico* sono il punto di partenza per definire lo "spianamento"

4. Sviluppo e “spianamento” approssimato delle superfici



approssimato di una superficie non sviluppabile¹⁵. Una rigata è una superficie che ammette almeno una famiglia di isocurve rettilinee, in particolare il *paraboloide iperbolico* è una rigata con due piani direttori con due schiere di generatrici rettilinee parallele a tali piani.

La superficie non è sviluppabile, in quanto due generatrici consecutive sono sempre sghembe, essendo parallele al piano direttore, e la curvatura è sempre negativa. Per definire lo “spianamento” approssimato di questa superficie è stato applicato lo stesso processo utilizzato per lo sviluppo di una tangenziale generica. La superficie si trasforma in una superficie poliedrica composta da triangoli ottenuti considerando una delle due giaciture. Ad esempio, ponendo $U=1$ e $V=n$ si divide la superficie in $2 \times n$ triangoli. L'approssimazione della sviluppata dipende, ovviamente, da n e, quindi, dal numero di triangoli (Fig. 21).

Nel caso del *paraboloide iperbolico* si possono ottenere due sviluppate in funzione della giacitura considerata: la scelta dipende dalle diverse applicazioni (Fig. 21).

Il processo per lo spianamento di una qualsiasi rigata non sviluppabile segue un approccio simile a quello definito per il *paraboloide*.

Fig. 22/ “Spianamento” approssimato di una rigata generica. Anche in questo caso si dovranno prevedere tagli o pieghe per poter passare dalla superficie piana alla superficie reale.

Dal piano alla superficie

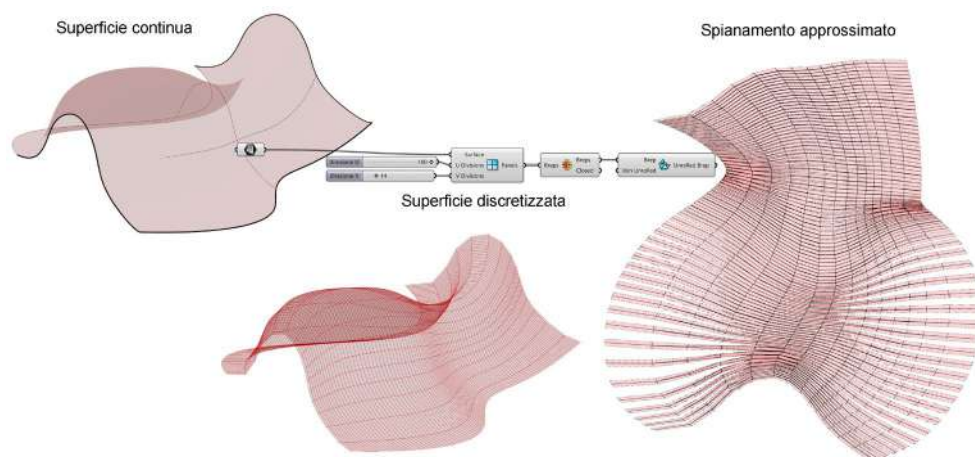


Fig. 23/ “Spianamento” approssimato di una superficie a curvatura variabile. Il disegno dello sviluppo è la rappresentazione delle deformazioni necessarie per passare dalla configurazione piana alla forma tridimensionale.

La superficie viene divisa in pannelli triangolari utilizzando le isocurve rettilinee, ad esempio utilizzando la coordinata U . Ponendo $V=1$ e $U=n$, la superficie viene divisa in $2n$ triangoli. In questo processo, i bordi rettilinei della superficie sono considerati indeformabili, mentre i bordi curvi saranno deformabili. Questo significa che i bordi curvi devono subire piegature o deformazioni per consentire alla superficie piana di configurare la superficie di progetto (Fig.22).

Superfici a curvatura variabile

Utilizzando lo stesso processo per la definizione dello “spianamento” di una qualsiasi superficie a curvatura variabile si ottengono le diverse rappresentazioni delle deformazioni necessarie per costruire la superficie, tagli o pieghe.

Attribuendo i valori ad U e V si divide la superficie in pannelli quadrilateri piani nello sviluppo della superficie poliedrica ci saranno tagli e sovrapposizioni che dipendono dalla curvatura della superficie e dalla direzione assunta come prevalente (Fig. 23).

5 Tecniche

L'evoluzione tecnologica nell'ambito della modellazione digitale offre strumenti e metodi sempre più accessibili per rappresentare, ma soprattutto per simulare processi fisici. Pur essendo insostituibile per le sue elevate potenzialità euristiche, soprattutto in alcuni ambiti come quello del design, il prototipo fisico è sempre più connesso e controllato attraverso il suo analogo digitale, spesso definito *Digital Twin*. Introdotto da Michael Grieves¹ nel 2002 il concetto di *Digital Twin* nasce dall'esigenza di effettuare test su un modello digitale in grado di consentire la valutazione degli effetti reali in un ambiente simulato. I progressi nell'ambito del digitale dalla metà del secolo scorso ad oggi hanno aumentato le capacità di elaborazione e comunicazione in modo esponenziale. È possibile creare una rappresentazione digitale sempre più attendibile del nostro mondo fisico, degli oggetti in esso contenuti e delle condizioni ambientali.

¹ Grieves M. 2017.

È possibile raccogliere, elaborare e memorizzare quantità di dati prima inimmaginabili, creare e utilizzare le informazioni in modo molto più economico ed efficace rispetto al passato, costruire *repository* di conoscenza e predisporre specifici algoritmi che possono aiutare a prendere decisioni efficaci ed efficienti anche utilizzando dei processi di AI.

Il vantaggio di prevedere effetti è uno degli scopi principali della modellazione digitale, inizialmente limitato al solo aspetto percettivo. Senza entrare nel merito delle enormi potenzialità derivanti dall'impiego dei *Digital Twins* nei diversi ambiti, in questo testo ne è stato sperimentato l'utilizzo, soprattutto per quanto riguarda la possibilità di simulare alcuni comportamenti fisici.

Le applicazioni rappresentano solo un primo passo che tende a connettere le diverse azioni del processo progettuale con un approccio computazionale. Da un punto di vista metodologico i casi studio sono esemplificativi di un percorso che ha inizio nell'ambiente digitale con la costruzione di un modello in VPL e, quindi, di uno *script*. Modificando gli input dello *script* il progettista può generare diverse soluzioni tra cui scegliere autonomamente o anche attivare processi di *machine learning* che lo affiancano nel processo decisionale. Definita la soluzione si procede alla realizzazione del prototipo fisico, il cui confronto con il gemello digitale consente di valutare lo *script* e l'attendibilità della simulazione.

Una fase cruciale del processo è rappresentata proprio dall'analisi critica del prototipo. In base ai risultati si definiscono, infatti, le azioni correttive che consentono di implementare lo *script* con l'obiettivo di ottenere un modello in VPL adattivo, in grado di simulare virtualmente, nel modo più attendibile possibile, il comportamento del sistema anche in relazione ai materiali utilizzati.

In particolare, il *Digital Twin* in questo caso dovrà,

ad esempio, consentire di simulare il movimento di una forma dalla sua configurazione piana a quella spaziale, in modo da aiutare il progettista a definire i vincoli e le forze da applicare per il funzionamento del prototipo reale.

La ricerca è, quindi, orientata a definire un *Digital Twin* sempre più prestante, cioè più vicino alle caratteristiche fisiche reali in modo da ridurre il *gap* esistente tra prototipo e prodotto. Questo significa lavorare sulla costruzione di specifici *script* che consentano di ridurre al minimo l'approccio empirico basato sui test dei prototipi fisici e, quindi, sul tradizionale metodo euristico *trial and error*.

L'obiettivo è quello di trasformare il prototipo direttamente in un prodotto, sfruttando le opportunità offerte dalla *digital fabrication* e dall'industria 4.0.

La diffusione delle tecniche di fabbricazione digitale, in particolare di quelle sottrattive (CNC e laser cut), stanno introducendo un cambiamento sostanziale soprattutto nel mondo del design, favorendo la diffusione di metodologie di fabbricazione che, a partire da un pannello piano, consentano di realizzare sia superfici sviluppabili che superfici a doppia curvatura.

La conoscenza delle caratteristiche geometriche di una superficie è la base per individuare soluzioni in grado di ottimizzare la costruzione di un oggetto basato su questi principi.

In questo ambito la sviluppabilità e i metodi utilizzati per determinare lo "spianamento" approssimato di una superficie non sviluppabile, sono la premessa fondamentale per definire possibili approcci teorici e pratici.

Inoltre, concepire una struttura che cambia stato e si trasforma passando da una configurazione piana ad una forma tridimensionale, apre il campo a sperimentazioni nell'ambito dei sistemi cinetici responsivi che sulla geometria del movimento si fondano.

Da un punto di vista metodologico sono state definite applicazioni strategiche con l'obiettivo di sperimentare l'uso di *script* per la generazione delle superfici, di definire nuovi *script* per simulare digitalmente il processo cinetico dei sistemi e per utilizzare alcune particolari tecniche che consentono di modificare le caratteristiche fisiche dei materiali, in particolare le tecniche del *kerfing* del *kirigami*.

Uno degli obiettivi fondamentali è proprio quello di esplorare le possibilità offerte dall'uso dei modelli digitali per riprodurre alcuni specifici comportamenti fisici della struttura.

Oggetto di studio è la progettazione di configurazioni complesse che possono essere costruite a partire da una superficie piana attraverso una strategia che si fonda sulla simulazione del processo cinetico ricostruito in modo biunivoco: dal piano allo spazio e viceversa.

Punto di partenza è la definizione delle due posizioni limite, quella piana e quella di progetto, che consentono di circoscrivere un range di variabilità entro il quale rappresentare le infinite configurazioni che una forma può assumere in un determinato intervallo. L'individuazione delle due posizioni limite dipende in primo luogo dalla geometria ma è anche funzione di altri fattori legati alle caratteristiche fisiche del materiale. Obiettivo è simulare il reale comportamento della struttura in ambiente digitale per progettare i vincoli in relazione alla scala e al materiale. I limiti geometrici sono solo una delle componenti del processo, tali limiti diventano più restrittivi quando si introducono i parametri che consentono di controllare anche il comportamento del materiale. Per esempio, se dal punto di vista geometrico il valore della curvatura massima dipende solo dalla configurazione della superficie, l'utilizzo di un materiale con determinate caratteristiche di elasticità e flessibilità può imporre un limite più restrittivo.

Coerentemente con la trattazione teorica le diverse tipologie di superfici oggetto della sperimentazione sono state scelte in base alla classificazione differenziale; pertanto, i casi studio sono stati raggruppati in relazione alla curvatura gaussiana:

- superfici sviluppabili a singola curvatura o a curvatura nulla;
- superfici a doppia curvatura negativa;
- superfici a doppia curvatura positiva.

In relazione ai metodi e alle tecniche tre sono le questioni fondamentali affrontate nel testo:

- 1.come determinare la forma piana che consenta di costruire una superficie con un materiale flessibile e/o deformabile;
- 2.come rendere flessibile un materiale o aumentarne la flessibilità e/o la deformabilità;
- 3.come progettare i vincoli di una struttura utilizzando un approccio cinetico.

La prima questione affrontata, si riferisce alla disciplina della geometria descrittiva e differenziale, mentre le altre questioni coinvolgono alcuni principi fisici fondamentali. Tali principi sono stati brevemente richiamati in questa trattazione proprio per inquadrare gli approcci sperimentali e gli scenari aperti, con l'obiettivo di stimolare ricerche interdisciplinari soprattutto nell'ambito del design.

Da un punto di vista fisico un materiale può essere più o meno flessibile, elastico o deformabile; tuttavia, esistono tecniche che consentono di modificare alcune caratteristiche fisiche del materiale, come il *kerfing* e il *kirigami*, e tecniche che consentono di simulare processi e di generare forme utilizzando materiali elastici, come la tecnica del *form-finding*.

Nel testo sono state analizzate e applicate alcune di queste tecniche che consentono di aumentare la flessibilità e la deformabilità di un materiale rigido per realizzare superfici, sia sviluppabili che non sviluppabili, a partire da un pannello piano.

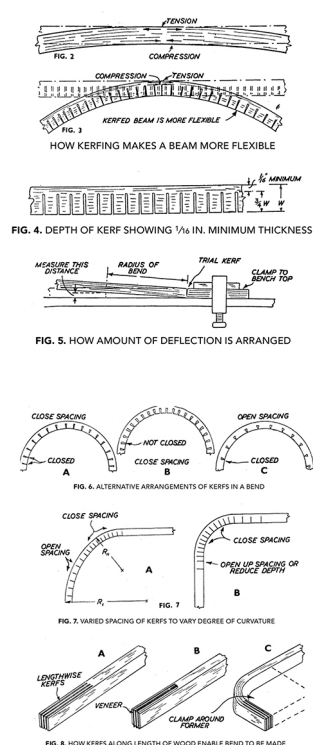


Fig. 1/ Kerfing tradizionale. Immagini da Hayward Charles Harold. *The Woodworker: 1939-1967, Volume I & II. Tools & Techniques.*

L'obiettivo è quello stimolare la sperimentazione di processi che consentono di costruire forme con materiali flessibili e/o elastici tagliando elementi planari.

Kerfing

La conoscenza delle proprietà geometriche delle superfici permette di affrontare e risolvere molti problemi legati alla costruzione di forme complesse e l'utilizzo delle regole geometriche è da sempre la guida fondamentale che accompagna il progettista dalla teoria alla pratica².

La conoscenza delle tecniche di fabbricazione digitale e la diffusione degli strumenti di progettazione parametrica, basati sulla geometria, stanno cambiando il modo di pensare del progettista.

I progressi in questo campo promuovono l'uso sperimentale di nuovi materiali ma anche l'uso innovativo di materiali tradizionali.

La ricerca nel campo della fabbricazione di superfici complesse passa dal *paneling*³ al *kerfing*, una tecnica sottrattiva antica che consente di trasformare un materiale rigido in un materiale flessibile e, in parte, deformabile tagliando opportunamente la superficie piana in modo che possa assumere determinate configurazioni. Questa tecnica consente la produzione di superfici a curvatura singola e doppia con grande precisione, ad un costo molto competitivo rispetto ad altre soluzioni costruttive. Gli elementi prodotti possono essere utilizzati in una vasta gamma di applicazioni architettoniche, funzionali, di rivestimento o anche di collaborazione strutturale minore⁴.

Il *kerfing* è una tecnica che combina tradizione e innovazione. Utilizzando tagli strategici su un materiale, come il legno, è possibile piegarlo senza l'uso di stampi o metodi di piegatura tradizionali. Questo permette di mantenere la continuità della superficie

² Pottmann H. 2015.

³ Lanzara E. 2019.

⁴ Loyola M. 2017.

di progetto, evitando la necessità di giunti visibili o interruzioni nella superficie.

Inoltre, l'integrazione di strumenti digitali di ottimizzazione parametrica e le tecniche di produzione per manifattura digitale ampliano le possibilità di questa tecnica. Questi strumenti consentono di progettare in modo preciso i tagli necessari e di ottimizzare il processo per ottenere risultati consistenti e di alta qualità.

Questa combinazione di antica conoscenza artigianale e moderna tecnologia digitale apre nuove possibilità nel campo della lavorazione del legno e non solo, consentendo la realizzazione di progetti complessi e innovativi con una maggiore efficienza e precisione.

"Un kerf è un taglio fatto da una sega, e un certo numero di tagli fatti su un pezzo di legno gli permetterà di essere piegato e modellato senza vapore. Questo processo è noto come kerfing e può essere utilmente impiegato in tutti i tipi di costruzione."

Così il noto ebanista editore inglese Charles Harold Hayward introduce questa tecnica ai primi del Novecento, considerandola alternativa alla piegatura a vapore⁵. Sottraendo materiale in alcuni punti del pannello in modo da migliorarne la flessibilità, il massimo raggio di curvatura che il pannello può raggiungere dipende dal materiale, dallo spessore del pannello, dalla tipologia del taglio e dalle diverse modalità di distribuzione dei tagli sul pannello in relazione alla curvatura della superficie di progetto (Fig.1). La tecnica tradizionale consente di costruire solo superfici a singola curvatura ed è particolarmente adatta a realizzare superfici cilindriche (Fig.2).

Tipologie di taglio

Le tipologie di taglio possono essere classificate in funzione di tre diverse modalità di incisione del pannello⁶ (Fig.4): incisioni su un solo lato, incisioni su

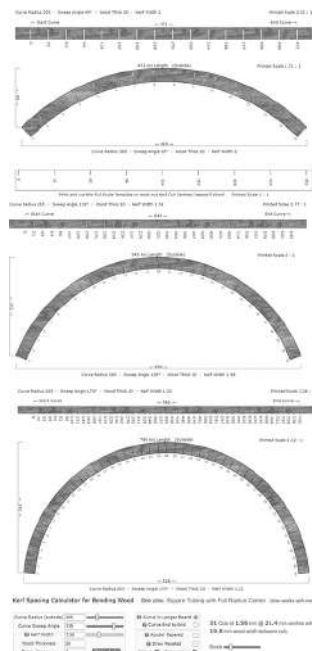


Fig. 2/ Kerfing tradizionale: in un pannello di un determinato spessore la curvatura dipende dalla larghezza, dalla profondità e dalla distanza dei tagli.

Fig. 3/ Applicazione kerfing tradizionale per la realizzazione di superfici cilindriche.

⁵ Charles Harold Hayward è stato un ebanista inglese, editore della rivista *The Woodworker*, illustratore e autore di numerosi libri sulla lavorazione del legno del XX secolo.

⁶ Capone M. 2019.

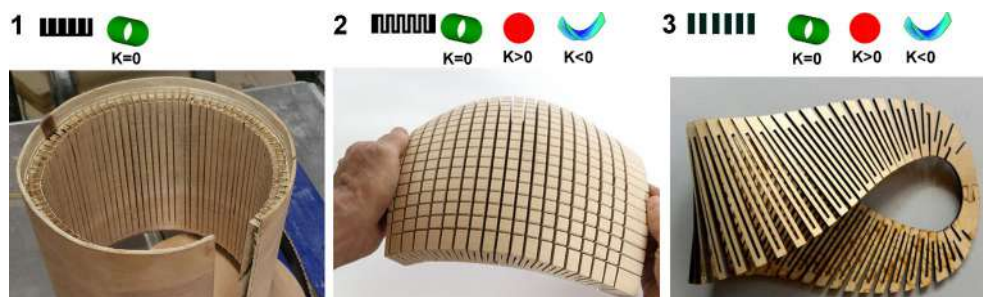


Fig.4/ Classificazione delle diverse tipologie di taglio. Taglio su un solo lato, tagli su entrambi i lati e tagli passanti.

entrambi i lati e tagli passanti. La classificazione ha l'obiettivo di esplicitare le caratteristiche di ciascuna tipologia soprattutto in relazione alla curvatura di progetto in modo da definire un processo replicabile che contribuisca a diffondere la sperimentazione di tale tecnica in campi diversi.

Tagli su un solo lato

Il *kerfing* tradizionale consiste in una serie di tagli praticati su un lato del pannello, con questa tecnica il lato opposto al taglio appare come una superficie continua.

La distanza, la larghezza e la profondità dei tagli determinano la flessibilità del pannello e il raggio di curvatura. Gestendo parametricamente i rapporti tra queste variabili è possibile ottimizzare la geometria dei tagli in funzione della curvatura di progetto, in questo modo quando il pannello è messo in forma i bordi interni dei tagli si uniscono per creare la curva desiderata (Fig.5).

La profondità dei tagli e lo spessore residuo del pannello per la piegatura dipendono dai diversi materiali e dallo spessore complessivo del pannello. In altri termini se il materiale è troppo rigido rischierà comunque di spaccarsi; pertanto, è necessario calcolare la curvatura massima in funzione dell'elasticità del materiale.

Per flettere un materiale con la minima perdita di resistenza, la giusta profondità di intaglio e la spazia-



tura, generalmente si determinano in base ai risultati di test empirici. Per evitare la concentrazione di sollecitazioni nella parte terminale del taglio si può variare la profondità dei tagli in relazione alla curvatura. Utilizzando tagli costanti si possono ottenere superfici con una stessa curvatura, modificando la geometria dei tagli in funzione della curvatura di progetto si possono, invece, ottenere distribuzioni ottimizzate.

La forma del taglio dipende dallo strumento utilizzato, sega, fresa o *laser cutter*, ogni strumento ha le proprie caratteristiche e limitazioni, e la scelta dipende dalle esigenze specifiche del progetto.

L'impiego combinato di macchine a controllo numerico (CNC) e strumenti parametrici offre un'enorme flessibilità nel processo di taglio e piegatura.

La programmazione parametrica consente al progettista di definire in modo preciso i parametri dei tagli in base alla forma desiderata, consentendo una maggiore personalizzazione e adattabilità del processo alla geometria specifica del progetto.

Le ricerche in questo campo si concentrano principalmente sulla definizione di approcci parametrici che possano supportare il progettista nell'ottimizzazione dei tagli in base alle caratteristiche del materiale, alla forma desiderata e ad altri fattori rilevanti. Questo approccio consente di massimizzare l'efficienza del processo, riducendo gli sprechi di materiale e migliorando la qualità del risultato finale⁷ (Fig. 6).

Fig. 5/ Tagli su un solo lato del pannello. Distribuzione dei tagli in funzione della configurazione di progetto. Menges 2011.

Fig. 6/ Approccio computazionale per la definizione della geometria dei tagli in funzione della superficie di progetto.

⁷ Menges A. 2011.

Dal piano alla superficie

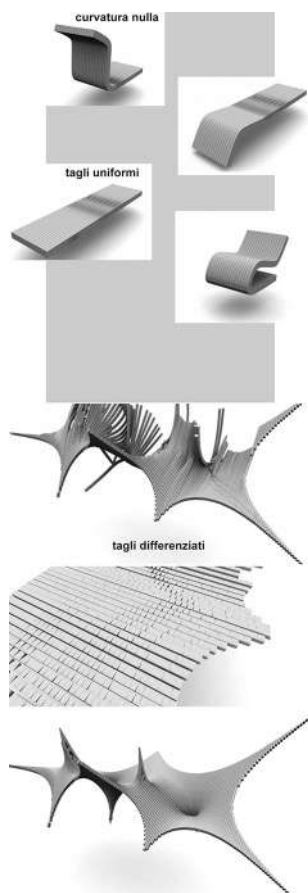


Fig. 7/ Pannelli con griglia di incisione bifacciale prodotti da Dukta.

Fig. 8/ Tagli su due lati differenziati: sperimentazione di LMN Tech Studio.

8 In questa sperimentazione di LMN Tech Studio l'approccio computazionale consente di realizzare i tagli in funzione della superficie di progetto.



Tagli su entrambi i lati

Evoluzione del metodo tradizionale è la tecnica di incisione su entrambi i lati del pannello. Anche in questo caso i tagli possono essere uniformemente distribuiti sui due lati, oppure distribuiti in modo differenziato in funzione della superficie di progetto. Esistono prodotti industriali basati sulla distribuzione uniforme dei tagli, si tratta di pannelli che, grazie alla griglia di incisione bifacciale, possono assumere anche curvature variabili (Fig. 7).

Processi di progettazione ottimizzati sono, invece, quelli che tendono ad individuare solo i tagli indispensabili e funzionali ad una determinata configurazione. In questo caso l'approccio computazionale consente di ottenere una grande flessibilità nella fase di progetto e un risparmio per la fabbricazione sia in termini di tempo che di materiale. La tendenza è quella di definire una geometria dei tagli customizzata in modo tale che le facce all'interno di ogni taglio risultino essere a filo quando l'oggetto assume la sua configurazione finale. Questa tecnica consente di progettare la geometria del taglio in modo da ottimizzarne la produzione con un risparmio che aumenta in modo esponenziale in funzione della complessità della superficie⁸.

Il taglio sui due lati del pannello consente teoricamente di realizzare tutte le superfici: sviluppabili, a curvatura positiva, negativa e variabile.



Tagli passanti

Il taglio passante è una delle tipologie più diffuse, soprattutto in relazione all'utilizzo delle tecnologie di fabbricazione digitale. Anche questo tipo di taglio consente teoricamente la costruzione di qualsiasi tipo di superficie in relazione alle diverse geometrie di taglio.

Il taglio passante offre, infatti, un'enorme flessibilità in termini di configurazioni possibili, poiché non solo consente di ottenere superfici curve tagliando un pannello piano, ma può anche generare infinite configurazioni variando la geometria e la distribuzione dei tagli. Questo significa che i progettisti possono sfruttare questa tecnica per creare forme anche molto complesse, definendo i pattern di taglio in relazione alle esigenze specifiche del progetto.

Da un punto di vista metodologico sono state individuate quattro categorie principali in relazione alle diverse geometrie utilizzate per il taglio⁹: taglio a *spirale*, taglio a *zig-zag*, taglio a *frange* e taglio a *fessura* (Fig.9).

Il taglio a *spirale* è un taglio continuo (singolo o doppio) che parte dal centro fino al bordo del pannello che in questo modo diventa flessibile in direzione ortogonale al piano.

Fig. 9/ Tagli passanti diverse tipologie: taglio a spirale, taglio a zig-zag, taglio a frange e taglio a fessura.

⁹ Munoz P. 2012.

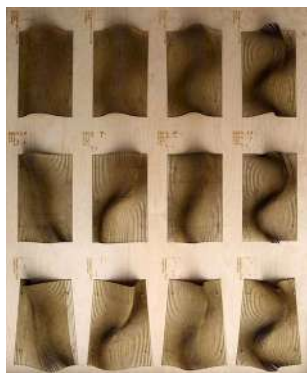
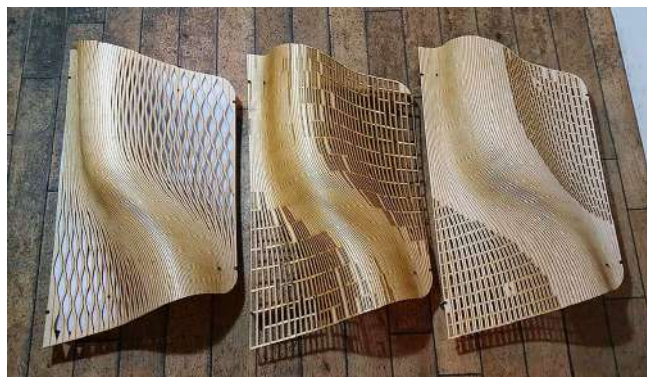


Fig. 11/ Tagli passanti. Distribuzione dei tagli in funzione della superficie di progetto. Mamou-Mani Architects and Buro Happold Engineering, the Wooden Waves, vincitore del Golden Winner 2016 - American Architecture Prize.



La forma tridimensionale dipenderà dalla geometria delle linee di taglio.

Il taglio a *zig zag* consiste in una serie di tagli che partono dal bordo del pannello in modo sfalsato. L'elasticità che si può ottenere dipende dalla frequenza, dalla sovrapposizione dei tagli e dallo spessore del pannello.

La flessibilità può anche essere multidirezionale.

Il taglio a *frangia* consiste in una serie di tagli distribuiti sulla superficie e che giungono fino al bordo, con una regola geometrica che dipende dalla forma di progetto. La flessibilità dipende dalla lunghezza dei tagli e dalla geometria.

Il taglio a *fessura* è caratterizzato da tagli lineari distribuiti generalmente secondo un reticolo. Il piano diventa flessibile lungo la direzione dei tagli e questa flessibilità può essere controllata in funzione della curvatura utilizzando diverse densità di taglio. Lo spazio vuoto è molto importante perché il contatto dei bordi rappresenta un limite fisico al movimento. L'obiettivo è quello di sviluppare processi che consentano di controllare i tagli in base alla curvatura della superficie di progetto e alle caratteristiche del materiale.

Questo approccio mira a migliorare la precisione e l'efficienza del processo di lavorazione, consentendo di ottenere risultati sempre più accurati.

Per raggiungere questo obiettivo, è necessario sperimentare e sviluppare nuove tecniche e metodologie che consentano di adattare i tagli alle specifiche esigenze della superficie e del materiale.

L'utilizzo combinato di algoritmi di ottimizzazione, che tengano conto della geometria tridimensionale dell'oggetto, e dei risultati di test empirici realizzati per comprendere meglio come i tagli influenzano la deformazione e la forma finale, è la metodologia utilizzata per migliorare le tecniche di taglio in modo da ottenere risultati sempre più efficienti.

La tecnica del *kerfing* offre una maggiore flessibilità al pannello attraverso la rimozione di materiale, modificandone però la resistenza. Le ricerche più innovative in questo campo si concentrano sulla definizione di processi che individuino soluzioni ottimizzate, cioè tagliare solo dove è necessario per ottenere la superficie di progetto desiderata senza compromettere la struttura.

A tal proposito sono stati presi in considerazione alcuni fondamentali casi studio per comprendere i diversi approcci per la distribuzione ottimizzata dei tagli per la fabbricazione di superfici a curvatura variabile.

I casi studio analizzati tendono ad utilizzare metodi empirici per individuare le soluzioni ottimali, valutando criticamente i risultati dei test. Un esempio emblematico è l'installazione *Wooden Waves* di Mamou-Mani Architects e Buro Happold Engineering, vincitrice del Golden Winner 2016 - American Architecture Prize.

Questo progetto è il risultato di sperimentazioni su pattern di taglio distribuiti e dimensionati in base alla curvatura variabile della superficie di progetto. L'installazione è un esempio di struttura sospesa, non strutturale, generata utilizzando un modello di taglio che segue le linee di curvatura. Più di cento prototipi sono stati testati per definire il modello

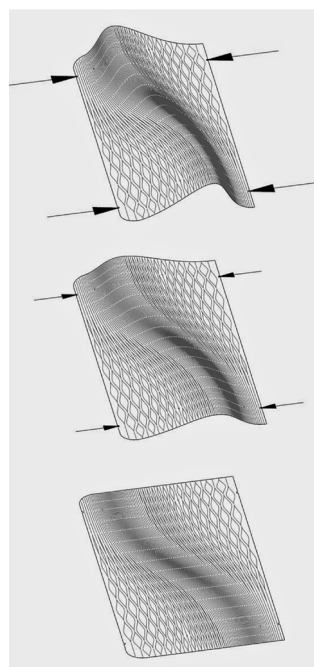


Fig. 12/ Tagli passanti. Distribuzione dei tagli in funzione della superficie di progetto. Mamou-Mani Architects and Buro Happold Engineering, the *Wooden Waves*, vincitore del Golden Winner 2016 - American Architecture Prize.



Fig. 13/ Tagli lineari. Distribuzione uniforme dei tagli.

digitale finale (Figg. 11 e 12), controllare la curvatura del pezzo finale e generare i file necessari per la fabbricazione digitale dei singoli componenti.

La tendenza della ricerca attuale è quello di sviluppare percorsi che conferiscano maggiore rigore ai processi definiti empiricamente, sfruttando la conoscenza della geometria per simulare processi e controllare la forma in modo da individuare la soluzione progettuale più adatta al caso.

Estrapolare questi principi meccanici per la costruzione di superfici a doppia curvatura è la sfida principale della ricerca in corso, poiché per consentire curvature positive o negative è necessario definire pattern di taglio multidirezionali.

Pattern di taglio

L'approccio al tema del *kerfing* si basa sulla definizione dei diversi pattern di taglio che possono esse-



Fig. 14/ pattern di taglio uniformemente distribuiti su una griglia.

re uniformemente distribuiti su un pannello oppure possono adattarsi ad una griglia che si genera in funzione della configurazione della superficie.

Moltissimi sono i pattern di taglio in corso di sperimentazione con geometrie variabili, che possono comunque essere raggruppati in due categorie principali: quelli lineari e quelli non lineari (Fig. 14).

Nei pattern lineari, il disegno è composto da elementi che seguono tracciati rettilinei. Questi tracciati possono essere disposti in modo regolare o irregolare sulla superficie del materiale, a seconda delle necessità del progetto.

Nei pattern non lineari, invece, il disegno è composto da figure geometriche più complesse, che spesso si combinano con andamenti a spirale o altre forme curve. Questi pattern possono offrire una maggiore flessibilità e adattabilità alla forma della superficie di progetto.

L'approccio computazionale consente di sperimentare e analizzare in modo efficiente queste diverse geometrie di taglio, valutando le loro prestazioni e caratteristiche in relazione al materiale e alla forma



Fig. 15/ Alcuni dei campioni realizzati per definire la distribuzione del pattern in funzione della curvatura. Materiali utilizzati: MFD 3 mm e plexiglass 3 mm

di progetto. L'analisi critica delle applicazioni aiuta a definire metodologie replicabili e ottimizzate per l'utilizzo di ciascuno di questi pattern in relazione agli obiettivi definiti.

Pattern lineare

Tra i pattern lineari il più diffuso è il pattern noto come *living hinges*, che introducendo una discontinuità nel materiale lo rende flessibile in una direzione. Questo pattern di taglio è caratterizzato da tagli sfalsati distribuiti sulla superficie in un'unica direzione.

Il materiale è riconfigurato come un insieme di elementi lineari, quando il pezzo è sottoposto a carichi di flessione, i tagli sfalsati permettono alla superficie di flettersi lungo la direzione dei tagli stessi. Il materiale si comporta, quindi, come un insieme di elementi lineari che si torcono nel senso del loro asse maggiore, collegati tra loro da elementi longitudinali corti e rigidi. La forma e la lunghezza di questi elementi determinano la flessibilità complessiva del sistema. Dal punto di vista metodologico, la prima fase di sperimentazione consiste nella produzione di campioni cilindrici senza alcuna ottimizzazione. Questi campioni vengono realizzati utilizzando materiali diversi con spessori variabili e tagliati con *laser cutter*. L'obiettivo è acquisire familiarità con il problema tecnico e identificare eventuali soluzioni potenziali attraverso un approccio empirico.

Questa fase esplorativa fornisce una base per lo sviluppo successivo del processo, permettendo di comprendere meglio le caratteristiche del materiale e i comportamenti del pattern di taglio *living hinges*, così da poter ottimizzare il processo nelle fasi successive.

Realizzare diversi campioni per testare la flessibilità e il comportamento del materiale in risposta ai diversi parametri del pattern di taglio è fondamentale per comprendere appieno le caratteristiche del processo e per ottimizzarne l'efficacia.

Nel caso della realizzazione di una semplice porzione di cilindro circolare retto, la definizione dei parametri per controllare il raggio di curvatura massimo è cruciale. Questi parametri includono la lunghezza, la larghezza, la distanza e l'accavallamento dei tagli, oltre allo spessore e alle proprietà fisiche del materiale utilizzato.

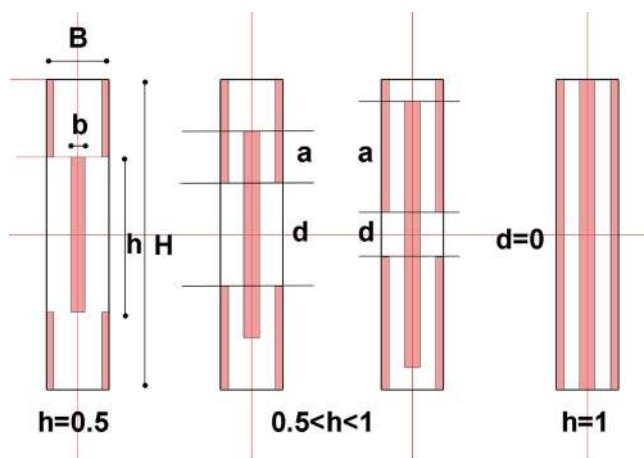
La costruzione dei campioni ottenuti con le diverse combinazioni di questi parametri permette di determinare quali configurazioni producono il risultato desiderato in termini di curvatura massima, flessibilità e resistenza del materiale. Questo processo di sperimentazione iterativa aiuta a raffinare e ottimizzare il processo di taglio per ottenere le prestazioni desiderate con il minor numero possibile di prove ed errori.

Una volta identificati i parametri ottimali, è possibile utilizzarli per guidare la progettazione e la produzione di superfici più complesse, applicando la conoscenza acquisita durante la fase di sperimentazione sui campioni.

Lo *script* per definire le diverse geometrie di taglio parte dal modulo di base, matrice di taglio, un rettangolo in cui l'altezza H si pone uguale ad 1 e la base $0 < B < 1$ in modo da generare gli infiniti rettangoli con diversi rapporti tra i lati tra due posizioni limite: quando $B=0$ il rettangolo si riduce

Dal piano alla superficie

Fig.16/ Definizione dei parametri per il controllo della matrice di taglio.

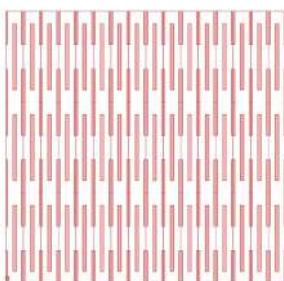
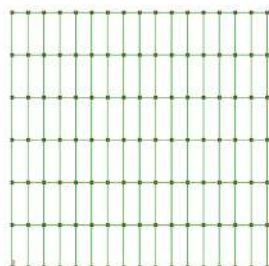
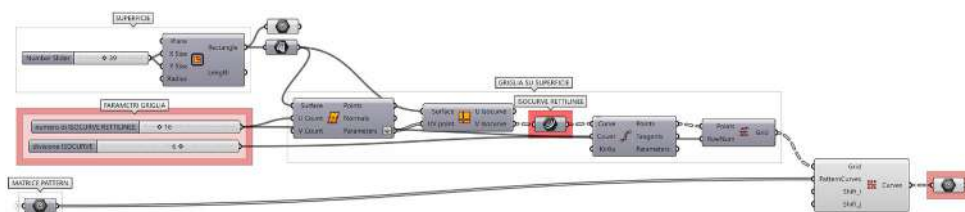


ad un segmento uguale ad H e quando $B=1$ si ottiene un quadrato (Fig.16). I parametri utilizzati per controllare la geometria del pattern di taglio sono la base b e l'altezza h del rettangolo che rappresenta, appunto, il taglio. Anche in questo caso sono stati individuati intervalli di variazione tra posizioni limite. In particolare il valore della base è $0 < b < 0.5$, per $b=0$ il taglio si riduce ad un segmento per $b=0.5$ il taglio è largo $B/2$, analogamente h varia $0.5 < h < 1$, per $h=0.5$ la lunghezza del taglio è $H/2$, per $h=1$ la lunghezza del taglio $h=H$.

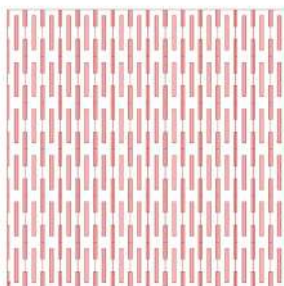
Il parametro h definisce l'accavallamento a dei tagli adiacenti o la distanza d tra i tagli consecutivi da cui dipende la flessibilità del pannello (Fig.16). In particolare, per b tendente ad 1 la distanza d tra i tagli tende a 0 e maggiore sarà l'accavallamento, maggiore sarà la flessibilità del pannello. Fondamentale è stabilire i valori minimi della distanza tra i tagli in funzione del materiale affinché possa assumere la massima flessibilità senza rompersi. La variazione dei parametri tra le posizioni limite permette di esplorare una vasta gamma di configurazioni di taglio e di valutare il loro impatto sul comportamento del materiale.

I prototipi presentati in questo testo sono basati

Dal piano alla superficie



Griglia 1: 16 \ 3



Griglia 2: 16 \ 6

Fig.19/ Script per il controllo della griglia per la distribuzione del pattern di taglio.

Fig.20/ Distribuzione del pattern di taglio per la realizzazione dei campioni realizzati con la stessa matrice e griglie diverse.

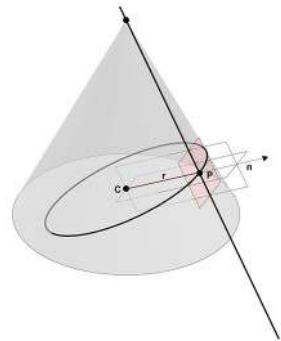
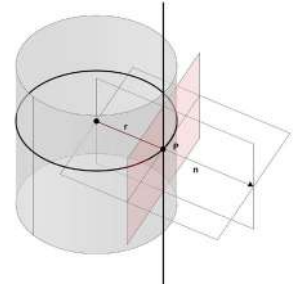
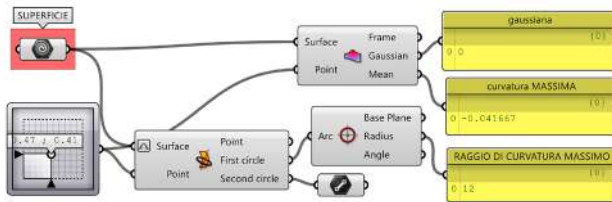
Lo *script* per distribuire il pattern su una superficie è stato definito a partire dalla superficie più semplice: il piano. In questo caso, la superficie viene divisa e considerata una qualsiasi schiera di isocurve rettilinee, poiché la direzione è indifferente nel caso del piano. I parametri che controllano la griglia includono il numero di isocurve rettilinee e il numero di parti in cui sono divise, variando questi parametri si ottengono griglie diverse e quindi distribuzioni diverse (Fig. 17).

La distribuzione uniforme del pattern sul piano ha permesso di ottenere i campioni che sono stati utilizzati per definire la distribuzione ottimale del pattern in funzione della massima curvatura prevista in relazione al materiale e al suo spessore.

La realizzazione dei prototipi ha consentito di definire alcuni approcci distinti soprattutto in relazione alla natura delle superfici. Da un punto di vista metodologico i casi studio possono essere raggruppati in tre categorie con crescente complessità: superfici rigate a singola curvatura, superfici rigate a doppia curvatura e superfici non rigate a doppia curvatura o a curvatura variabile.

Questa suddivisione riflette l'evoluzione e la diversificazione delle tecniche utilizzate per affrontare le sfide specifiche presentate da ciascuna categoria di superfici.

Per quanto riguarda le superfici rigate a singola curvatura la griglia si costruisce sulle isocurve rettilinee che saranno parallele, nel caso delle superfici cilindriche, incidenti, nel caso delle superfici coniche,



e tangenti allo spigolo di regresso, nel caso delle tangenziali. La distribuzione del pattern può essere uniforme o ottimizzata in base alle esigenze del progetto. Ad esempio, per una superficie cilindrica generica a curvatura variabile, il pattern di taglio può essere distribuito in modo differenziato in base alla curvatura della superficie (Fig. 24).

In questo caso poiché si tratta di una semplice superficie rigata di traslazione, per definire la distribuzione ottimizzata in funzione della curvatura si può far riferimento alla generatrice, alla curva di profilo. Il pattern di taglio unidirezionale si distribuisce utilizzando una griglia composta dalle isocurve rettilinee che non saranno equidistanti ma variano in funzione della curvatura della generatrice.

Una volta definita la griglia basata sulle isocurve rettilinee della superficie, i parametri per dimensionare la matrice e la distribuzione del pattern dipenderanno dai valori massimi della curvatura determinati in ambiente VPL (Figg.21, 22 e 23).

Questi valori massimi di curvatura saranno fondamentali per stabilire la densità della griglia e la distribuzione ottimale dei tagli lungo la superficie. Maggiore è la curvatura, più stretti saranno gli intervalli tra le isocurve rettilinee e più compatta sarà la distribuzione dei tagli. Viceversa, per curvature minori, gli intervalli tra le isocurve saranno più ampi e i tagli saranno distribuiti in modo più distanziato.

L'utilizzo di valori massimi di curvatura determinati in ambiente VPL assicura che la distribuzione del pattern di taglio sia ottimizzata per soddisfare le

Fig.21/ In ambiente VPL è possibile conoscere il valore della curvatura e determinare agevolmente il raggio di curvatura massimo visualizzando cerchi osculatori in un qualsiasi punto della superficie

Fig.22/ In un cilindro circolare retto la curvatura è costante. Determinato il raggio di curvatura, si può ottimizzare la distribuzione del pattern di taglio

Fig.23/ In un cono circolare retto la curvatura è variabile quindi il pattern si definisce in base alla massima curvatura del pezzo.

Dal piano alla superficie

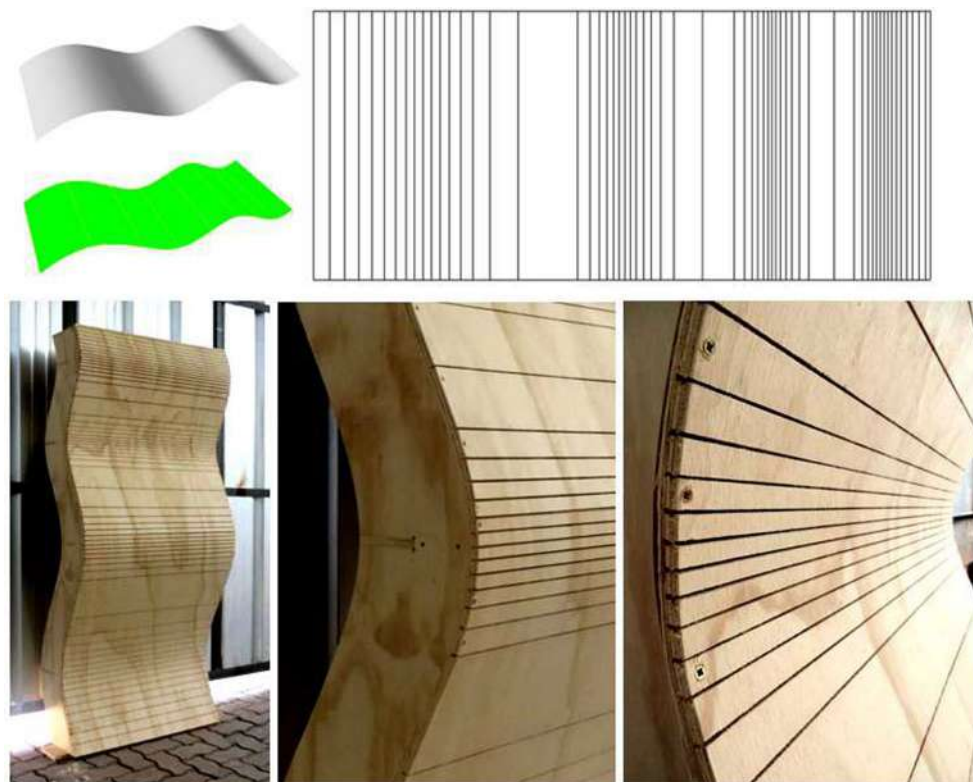
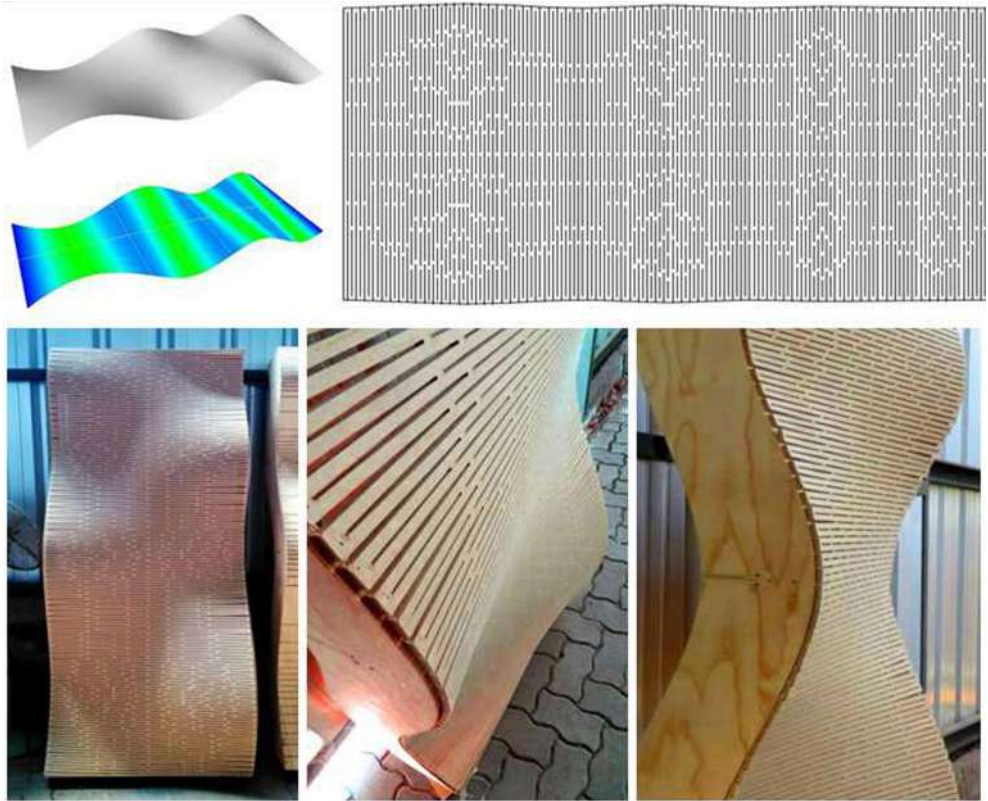


Fig.24/ Distribuzione ottimizzata su superfici a singola curvatura: tecnica tradizionale tagli su un solo lato. Prototipo di Loyola M. et al. 2017.

esigenze specifiche del progetto, garantendo al contempo che il materiale lavorato mantenga la sua integrità strutturale raggiungendo la flessibilità necessaria.

Questo approccio consente di adattare la distribuzione del pattern di taglio in modo efficace alle variazioni della curvatura della superficie, garantendo una distribuzione uniforme e ottimizzata dei tagli per ottenere il risultato desiderato (Fig. 24)

Analogamente per definire la distribuzione del pattern *living hinges* su una rigata a doppia curvatura si utilizza una griglia costruita sulle isocurve rettilinee della superficie. Nel caso di una superficie rigata generica a doppia curvatura, le generatrici saranno inclinate in modo diverso e più o meno distanti in funzione della curvatura della superficie.



Costruendo la griglia utilizzando queste isocurve, si otterrà una diversa deformazione della matrice di taglio, che permetterà una distribuzione ottimizzata dei tagli lungo la superficie. La deformazione della matrice sarà influenzata dalla variazione della curvatura della superficie, garantendo che i tagli siano distribuiti in modo uniforme e adattato alle caratteristiche geometriche specifiche della superficie.

Anche in questo caso, questo approccio consente di adattare il pattern *living hinges* in modo efficace alle variazioni della curvatura della superficie, garantendo una distribuzione ottimizzata dei tagli.

Le superfici a doppia curvatura non rigate rappresentano un caso estremamente complesso nel contesto del *kerfing*. Queste superfici richiedono una deformazione del materiale che deve essere in gra-

Fig.25/ Distribuzione ottimizzata su superfici rigate a doppia curvatura: pattern *slice hinges*. Prototipo di Loyola M. et al. 2017.

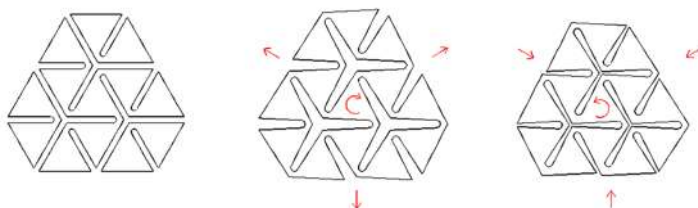
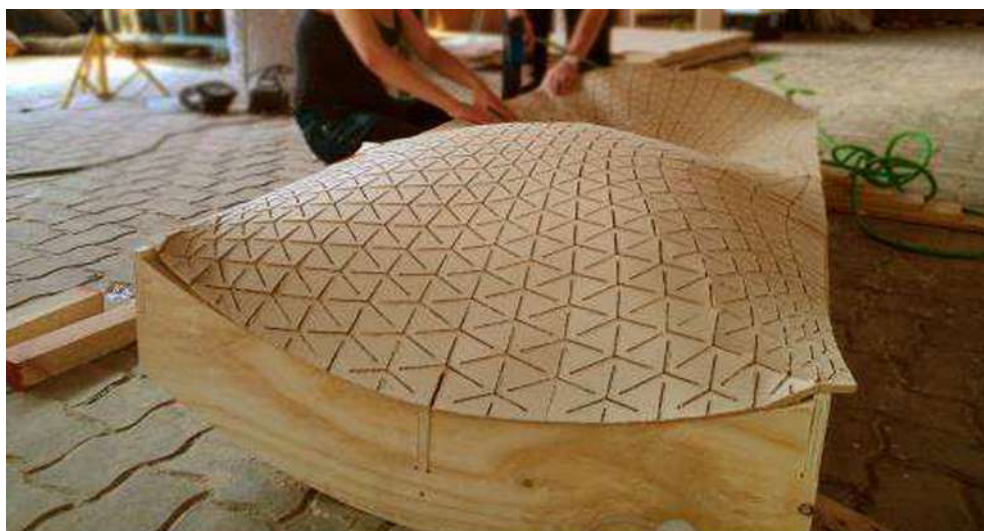


Fig.26/ Distribuzione del pattern multidirezionale su una superficie a curvatura variabile. Pattern Y. Prototipo di Loyola M. et al. 2017.

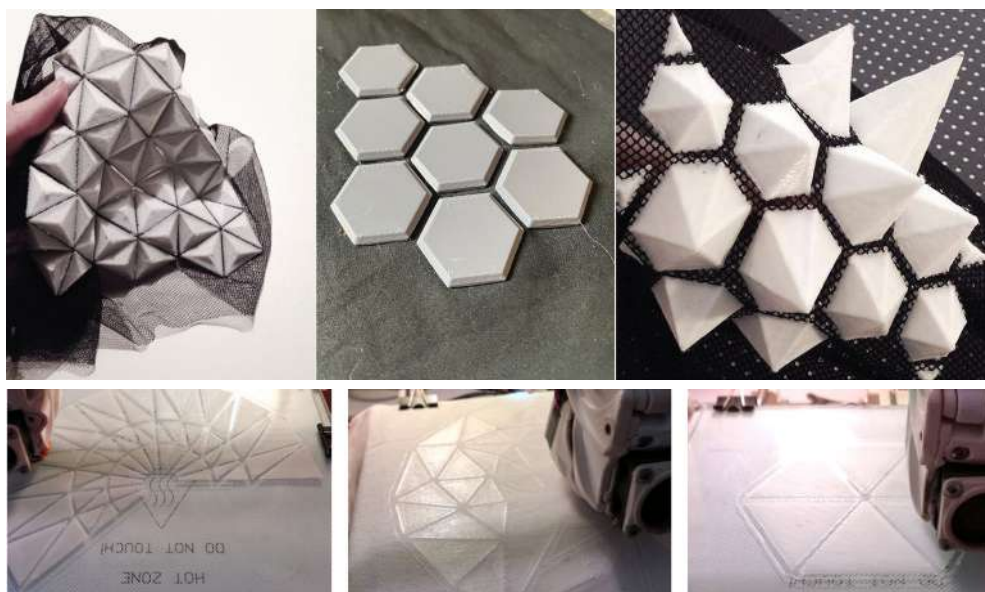
do di contrarsi ed espandersi nel suo piano senza compromettere la continuità della superficie.

Questo processo richiede una combinazione di competenze tecniche avanzate e progettuali, insieme a una profonda conoscenza delle proprietà del materiale utilizzato. Il pattern a Y, un motivo a tre braccia con simmetria centrale, è particolarmente adatto per costruire questa tipologia di superfici¹⁰. Calcolando la curvatura gaussiana media della superficie, è possibile determinare la dimensione della matrice base per il pattern.

Successivamente, uno *script* ricorsivo consente di definire una distribuzione ottimizzata dei tagli in funzione della curvatura della superficie.

In questo modo, nelle zone con valori di curvatura maggiore, la distribuzione del pattern sarà più compatta e la densità dei tagli aumenterà, consentendo

¹⁰ Loyola M. 2017.



una maggiore espansione o compressione del materiale. Questo approccio permette di adattare efficacemente il pattern di taglio alle variazioni complesse della curvatura della superficie, garantendo una distribuzione ottimizzata dei tagli in relazione alla superficie di progetto.

Tecniche sperimentali

Diverse sono le tecniche di sperimentazione in corso per la costruzione di superfici complesse a partire da una forma piana. La maggior parte di queste tecniche tende ad ibridare i diversi approcci e le diverse tecnologie di fabbricazione digitale. Tra queste l'utilizzo della stampa 3D su tessuto è una tecnica innovativa con molteplici potenzialità e applicazioni che vanno dal design alla moda.

In questo caso l'utilizzo di due materiali, il supporto tessile e il materiale utilizzato per la stampa 3D, implicano una serie di considerazioni complesse che sarebbe riduttivo generalizzare. Dal punto di vista geometrico, questa sperimentazione si basa sui

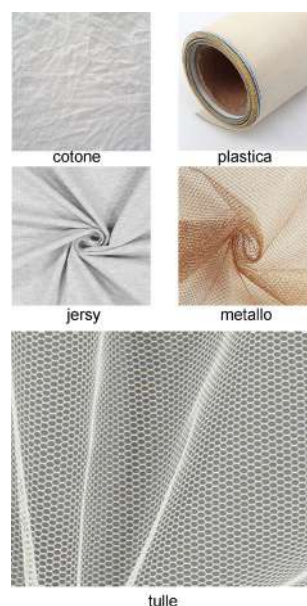


Fig. 27/ In alto: stampa 3D su tessuto sperimentazione.

Fig. 28/ In basso: supporti tessili.

principi del *kerfing*, dove il vuoto è rappresentato dal tessuto e il pieno dalla parte stampata. Questo approccio, sperimentato per la realizzazione di uno dei prototipi presentati nel testo, offre il vantaggio che il vuoto può estendersi senza le limitazioni legate al materiale, consentendo la creazione di forme complesse e flessibili. Inoltre, il supporto tessile può essere più o meno elastico.

Nel primo caso, la configurazione geometrica segue le regole definite per il *kerfing* e potenzialmente potrebbe essere utilizzata per costruire anche origami o in genere strutture pieghevoli. Nel caso in cui il supporto sia elastico, si aprono ulteriori possibilità di sperimentazione e applicazione.

Una delle possibili applicazioni di questa tecnica è la costruzione di *strutture auxetiche*, che si caratterizzano per la capacità di espandersi in tutte le direzioni quando vengono sottoposte a forze di trazione. Questo tipo di strutture offre interessanti opportunità nel campo dell'ingegneria dei materiali e del design avanzato.

A queste tecniche, che consentono di costruire superfici complesse a partire da una forma piana, si può sicuramente aggiungere, per completezza, la tecnica del *form-finding* che si basa sull'utilizzo di materiale tessile elastico.

Questa tecnica, come è noto, sfrutta le proprietà di deformazione del materiale tessile elastico per creare forme organiche e dinamiche, applicando forze e vincoli a una membrana di tessuto.

Il processo di *form-finding* inizia solitamente con la creazione di una membrana di tessuto elastico tesa su un telaio o supporto, a cui successivamente vengono applicate forze o vincoli per modellare la superficie.

Questo processo tradizionalmente simulato utilizzando modelli fisici si realizza facilmente in ambiente VPL utilizzando gli ormai diffusi simulatori fisici.

6 Applicazioni

L'interazione tra modellazione digitale e fisica consente al progettista di esplorare nuove modalità per controllare e definire strategie per la costruzione di geometrie complesse. L'approccio integrato tra i principi fondativi della geometria, le tecniche di fabbricazione digitale e gli strumenti computazionali apre nuovi scenari per i designer in cui la continua interazione tra modelli fisici e modelli computazionali consente, attraverso la simulazione dei processi, la definizione di approcci innovativi.

Il tema della costruzione di una superficie a partire dalla sua configurazione piana è un tema estremamente vasto; le sperimentazioni hanno interessato una serie di questioni che riguardano la scala, i materiali, le tecnologie costruttive, il progetto dei vincoli e delle connessioni.

Tali sperimentazioni non sono sicuramente esaustive, ma rappresentano un contributo per definire approcci metodologici, basati su un processo che parte

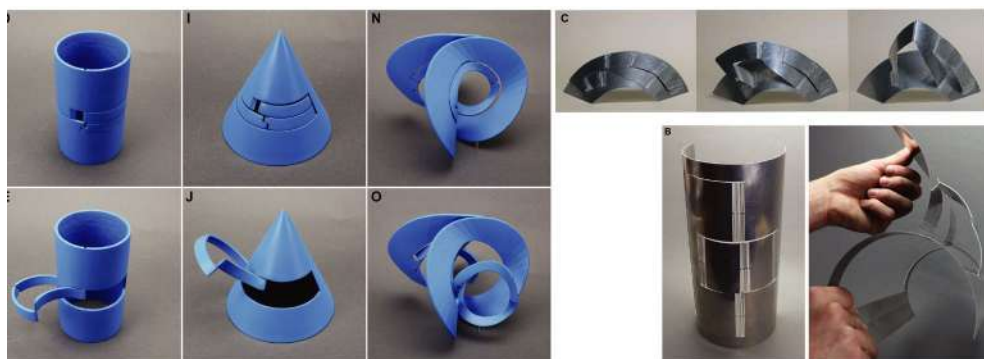


Fig.1/ Sistemi meccanici basati sullo studio delle superfici sviluppabili (immagine di Nelson et al 2019).

dai principi geometrici per individuare alcuni possibili scenari applicativi. Se da un lato la questione teorica sembra esaurirsi nell'ambito della geometria e della matematica, la progettazione dei prototipi implica il continuo confronto con strumenti, metodi, tecniche e ambienti sia accademici che industriali, per esplorare nuovi approcci innovativi e per costituire nuova conoscenza.

La possibilità di simulare digitalmente i processi in ambiente VPL è la base di partenza di moltissime ricerche attive in questo ambito, che spesso trovano applicazioni anche a livello industriale in relazione a specifiche questioni, dalla scala micro a quella architettonica. Applicazioni spesso molto specialistiche che spaziano, solo per citarne alcune, dal progetto per una nuova generazione di sistemi meccanici basati sull'utilizzo della geometria delle sviluppabili¹ (Fig.1) alle applicazioni nano basate sulla tecnica del *kerfing* e del *kirigami*², che consentono di modificare le caratteristiche dei materiali applicando diverse geometrie di taglio o di stampa 3D³, alle esplorazioni per la costruzione di oggetti con specifiche prestazioni, come alcune tipologie sperimentali di pannelli acustici⁴ (Fig.2), alla realizzazione di installazioni e di padiglioni⁵.

In questo panorama vasto due sono stati i temi principali che si è inteso esplorare con le applicazioni

¹ Nelson T. 2019.

² Cheng S. 2020.

³ Aryabhat D. 2023.

⁴ Liu D. 2023.

⁵ <https://www.iaacblog.com/programs/minimal-surface-complex-forming>.

6. Applicazioni

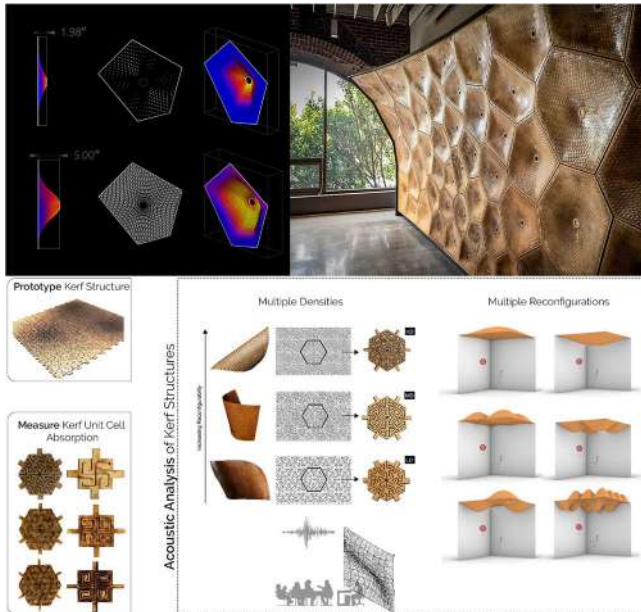


Fig.2/ Sperimentazione della tecnica del *kerfing* per la realizzazione di pannelli acustici (Liu et al 2023).

presentate in questo testo: la questione del rapporto geometria/materiale/costruzione con particolare attenzione al problema di come costruire, mettere in forma, il prototipo partendo dalla sua forma piana, e la questione dell'utilizzo di una specifica tecnica, quella del *kerfing*, per la configurazione di geometrie complesse, anche non sviluppabili, a curvatura negativa, positiva e variabile.

Per la realizzazione dei prototipi sono state utilizzate tre famiglie di materiali raggruppati in funzione del loro coefficiente elastico: materiali poco elastici, materiali molto elastici e materiali plastici.

Senza entrare in una trattazione approfondita in relazione alle caratteristiche fisiche dei materiali è fondamentale, in questa sede, richiamare sinteticamente i principi fisici fondamentali su cui si basa la sperimentazione.

Un materiale si definisce *elastico* quando si deforma sotto l'azione di una forza e ritorna nella sua configurazione iniziale quando viene meno la causa. In particolare, se il corpo ritorna esattamente nella sua

⁶ Per approfondimenti sul comportamento dei materiali elastici si veda la *legge di Hooke*, applicabile entro il limite di elasticità. Oltre il quale il materiale può sì deformare in modo permanente oppure può fratturarsi. In particolare si definisce:

Comportamento Elastico: quando un materiale è sottoposto a una sollecitazione, generalmente si deforma temporaneamente, ritornando alla sua forma originale una volta che la sollecitazione è rimossa. Questa regione di comportamento è chiamata *regione elastica*. La sollecitazione massima che un materiale può sopportare senza entrare nella *regione plastica* è chiamata *limite elastico*. **Comportamento Plastico:** oltre il limite elastico, il materiale inizia a deformarsi permanentemente, anche se la sollecitazione viene rimossa. Questa regione di comportamento è chiamata *regione plastica*. In questa fase, il materiale può subire deformazioni permanenti senza rompersi, se è duttile, o può rompersi, se è fragile. **Sollecitazione Massima:** la sollecitazione massima che un materiale può sopportare prima di entrare nella regione plastica è chiamata resistenza alla trazione o resistenza alla compressione, a seconda del tipo di sollecitazione. Questo rappresenta il punto in cui il materiale inizia a deformarsi plasticamente.

Fragilità vs Duttilità: materiali fragili, come alcuni metalli a bassa temperatura o materiali ceramici, tendono a rompersi senza mostrare una significativa deformazione plastica prima del cedimento. Al contrario, i materiali duttili, come l'acciaio e l'alluminio, mostrano una significativa deformazione plastica prima del cedimento e possono essere modellati senza rompersi facilmente.

configurazione iniziale si può considerare perfettamente elastico. In teoria, ogni materiale si deforma plasticamente e per ogni materiale si definisce la sollecitazione massima che ne garantisce il comportamento elastico, oltre al quale si entra nella regione di comportamento plastico, dove il corpo cede o si deforma plasticamente a seconda che il materiale sia fragile o duttile⁶.

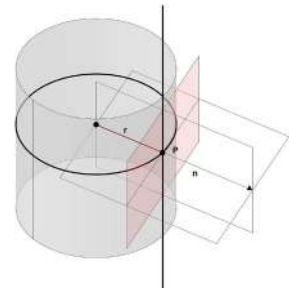
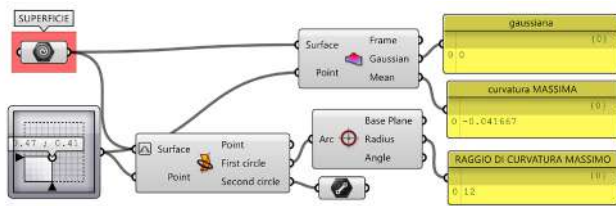
Dal concetto di elasticità, proprietà intrinseca del materiale, si deriva il concetto di *flessibilità*, proprietà meccanica, che si può definire come la capacità del corpo di flettersi senza rompersi.

La comprensione del comportamento elastico e plastico dei materiali è fondamentale per la progettazione dei prototipi poiché consente di prevedere la risposta dei materiali alle diverse sollecitazioni e di progettare configurazioni e vincoli in modo consapevole.

Ogni materiale ha caratteristiche specifiche che lo rendono adatto a determinate applicazioni sperimentali. La scelta del materiale dipende dalle proprietà richieste per il prototipo e, nel caso in questione, le caratteristiche considerate sono l'*elasticità*, la *flessibilità* e la *duttilità*.

Basandoci su questi principi fondamentali per realizzare i diversi prototipi sono stati utilizzati fogli di cartoncino, fogli di polipropilene, pannelli di legno multistrato, MDF, plexiglass e alluminio, il cui comportamento è stato analizzato in relazione alla possibilità di costruzione dei diversi prototipi con diverse configurazioni geometriche.

Fogli di cartoncino: il cartoncino è un materiale leggero, flessibile poco elastico e non deformabile, che può essere facilmente modellato e manipolato per creare modelli preliminari. Ideale per la costruzione di qualsiasi superficie sviluppabile, può essere utilizzato anche per costruire superfici a doppia curvatura positiva o negativa se trasformato in un materiale



deformabile tramite tagli (*kerfing* o *kirigami*) oppure pieghe (*origami*).

Pannelli di polipropilene (1 mm): il polipropilene è un materiale flessibile, molto elastico ma non deformabile. Può essere trasformato in un materiale deformabile tramite tagli (*kerfing* o *kirigami*). Adatto per costruire superfici sviluppabili o superfici a doppia curvatura se trasformato in un materiale deformabile tramite tagli specifici. Ideale per applicazioni che richiedono una certa flessibilità e elasticità.

Pannelli di multistrato (3 mm) o **plexiglass** (3 mm): si tratta di materiali poco flessibili e non deformabili in relazione alla scala degli oggetti considerati poiché, la flessibilità di un pannello dipende anche dalle dimensioni del pannello stesso. L'utilizzo di questi materiali per la costruzione di superfici sviluppabili e a doppia curvatura è condizionato dall'applicazione dei diversi pattern di taglio per modificarne la flessibilità e la deformabilità. Applicando la tecnica del *kerfing* si possono costruire tutte le sviluppabili ma anche superfici a doppia curvatura. Questi materiali sono ideali per applicazioni che richiedono una maggiore rigidità rispetto al cartoncino e una minore elasticità rispetto al polipropilene.

Pannelli di alluminio (0.02 mm): l'alluminio con uno spessore così sottile è estremamente duttile e plastico. Questo significa che può essere facilmente modellato e deformato senza rompersi, permettendo di costruire superfici curve anche complesse.

Estremamente flessibile e facilmente deformabile

Fig.3/ In ambiente VPL è possibile analizzare la superficie, conoscere il valore della curvatura e determinare agevolmente il raggio di curvatura massimo visualizzando cerchi osculatori in un qualsiasi punto.

Fig.4/ Il cilindro circolare retto è una superficie a curvatura costante. In ambiente VPL si può determinare semplicemente il raggio di curvatura visualizzando il cerchio osculatore.

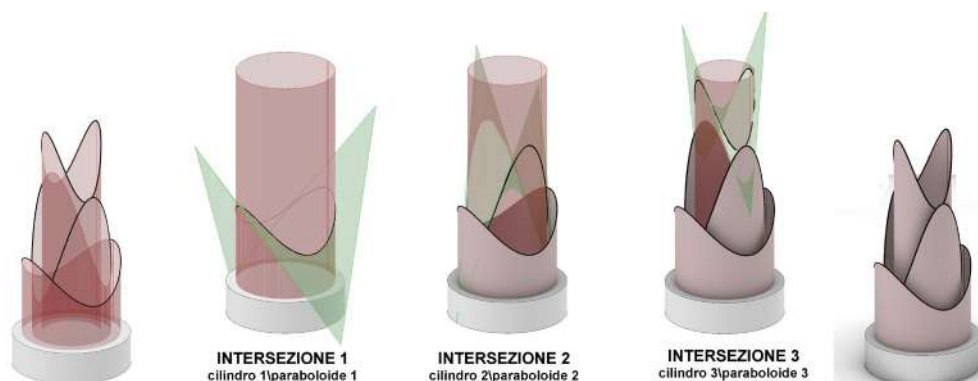


Fig. 5/ Prototipo Cilindri: genesi geometrica della composizione. La lampada è composta da tre pezzi. Ogni pezzo è definito come intersezione di un cilindro con un paraboloide iperbolico.

il pannello può essere facilmente tagliato, piegato, curvato e sagomato per adattarsi a varie configurazioni e geometrie senza perdere la sua integrità strutturale.

Il pannello di alluminio con uno spessore di 0.02 mm offre una combinazione unica di duttilità, flessibilità e resistenza, che lo rende ideale per la creazione di superfici e prototipi sperimentali che richiedono materiali sottili ma robusti, particolarmente adatto per costruire tutte le superfici sviluppabili che una volta modellate conservano la forma senza necessità di particolari vincoli.

Rigate sviluppabili

La costruzione di prototipi realizzati componendo parti di superfici sviluppabili rappresenta un'importante pratica che consente di esplorare e visualizzare concetti geometrici complessi in modo tangibile.

Partendo dai casi più semplici, come il cilindro circolare, fino ad arrivare alle più complesse sviluppabili tangenziali, i prototipi possono essere utilizzati per scopi educativi, di ricerca e di progettazione, consentendo di sperimentare e comprendere meglio i principi teorici e le applicazioni pratiche e aiutando i designer a valutare le prestazioni e le caratteristiche di alcune specifiche superfici complesse.

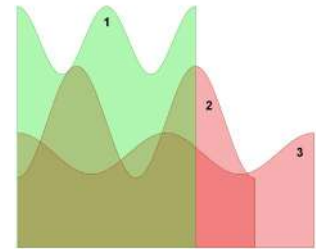
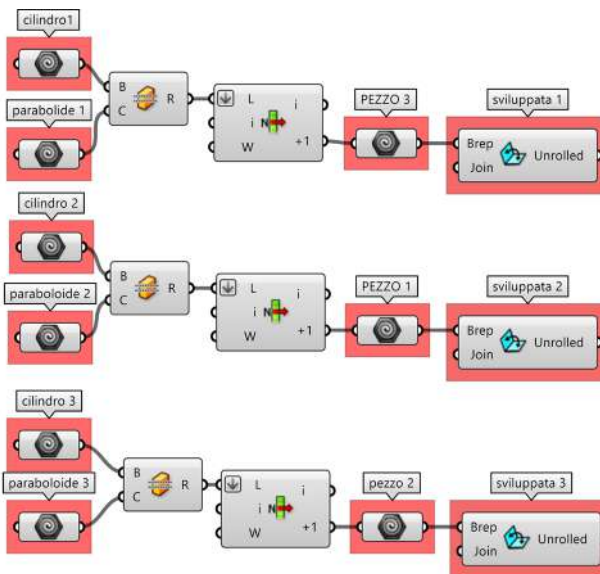


Fig.6/ Prototipo cilindri: lo script consente di generare infinite varianti controllando parametricamente le dimensioni del cilindro esterno e la configurazione del bordo di ciascun pezzo.

Fig.7/ Tagliando le tre sviluppate si può realizzare il prototipo con un qualsiasi materiale flessibile. Nel nostro caso solo il cilindro interno è stato realizzato direttamente tagliando un pannello di polipropilene mentre sugli altri pezzi è stato applicato un pattern di taglio con la tecnica del *kerfing*.

Comprendere i principi della geometria, ed in particolare il concetto di curvatura minima e massima, è essenziale per la progettazione, la ricerca delle soluzioni e la realizzazione di prototipi, soprattutto nei casi in cui si utilizza un materiale rigido che si rende flessibile con la tecnica del *kerfing*.

La distribuzione ottimizzata di un pattern di taglio su una superficie dipende, infatti, proprio dalla sua curvatura massima.

Nel caso delle rigate sviluppabili le superfici si flettono in ogni punto in una sola direzione ed in particolare nella direzione ortogonale alla generatrice rettilinea, quindi, per queste superfici il pattern più adatto è quello lineare e la distribuzione deve necessariamente seguire le isocurve rettilinee dalla superficie.

Si dimostra infatti che seguendo le isocurve rettilinee, il pattern di taglio si adatta alla direzione naturale della flessione della superficie, migliorando la sua integrità strutturale e ottimizzando le sue prestazioni.

Dal piano alla superficie

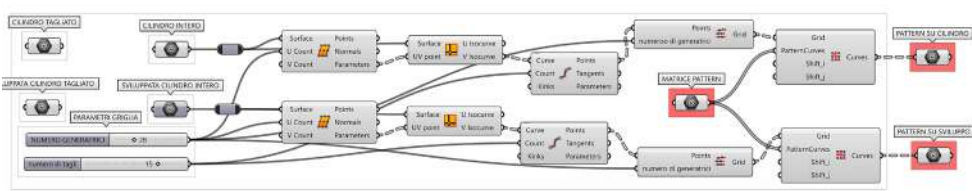
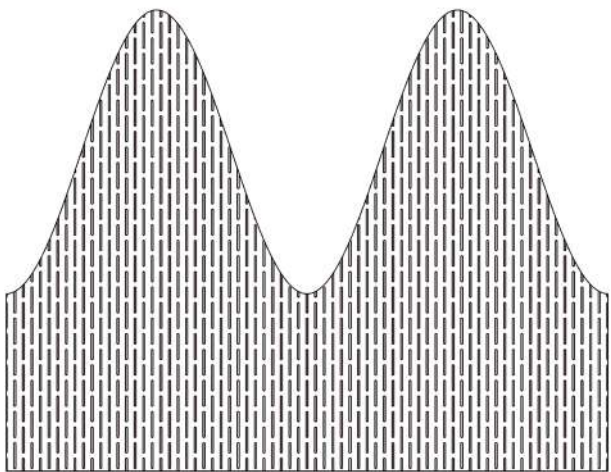
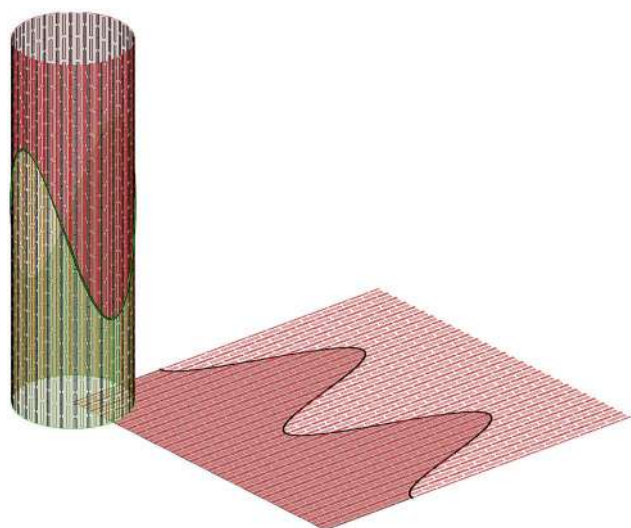


Fig.8/ Prototipo cilindri: script per l'applicazione del kerfing sulla superficie e sullo sviluppo. Script: Mara Capone e Natalia Querioz Nome.

Fig.9/ Prototipo cilindri: applicazione del kerfing sulla superficie e sullo sviluppo.

Fig.10/ Pezzo 2: disegno del kerfing per il taglio.



Superfici cilindriche

Le superfici cilindriche sono superfici rigate a curvatura gaussiana nulla e, quindi, sviluppabili. La sviluppata della superficie si ottiene facilmente e, come precedentemente illustrato, il pattern di taglio si distribuisce utilizzando le generatrici rettilinee della superficie che, in questo caso particolare, saranno tutte parallele. Per determinare la geometria del pattern più adatta e la distribuzione ottimizzata in relazione allo spessore e al materiale, sono stati utilizzati i risultati dei test fatti sui campioni dei diversi materiali che indicano per ciascun materiale e ciascuna tipologia di pattern il raggio di curvatura ammissibile.

In generale, in ambiente VPL è possibile conoscere i valori delle curvature principali e determinare agevolmente il raggio di curvatura visualizzando i cerchi osculatori in un qualsiasi punto di una superficie.

Nel caso particolare del cilindro circolare e, di tutte le sviluppabili, uno dei due cerchi osculatori è una retta, quindi una delle due curvature principali è sempre nulla, motivo per cui questa famiglia di superfici si può anche definire a singola curvatura (Fig. 3 e 4).

Una volta determinato il raggio di curvatura si può procedere nella distribuzione del pattern più adatto in relazione allo spessore e al materiale scelto.

In questo caso, poiché la curvatura è costante anche la distribuzione del pattern sulla superficie sarà costante.

Il primo prototipo, in MDF e polipropilene, è stato realizzato utilizzando parti di cilindri circolari. I pezzi in MDF sono stati resi flessibili applicando un pattern di taglio, mentre per il pezzo in polipropilene è stato necessario definire i vincoli in relazione all'elasticità del materiale.

La costruzione di questo prototipo mostra un approccio alla progettazione e alla realizzazione di og-

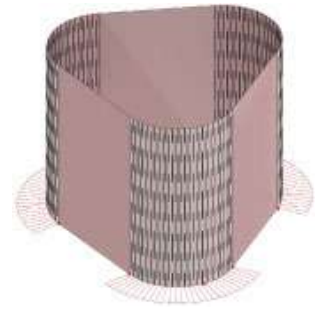
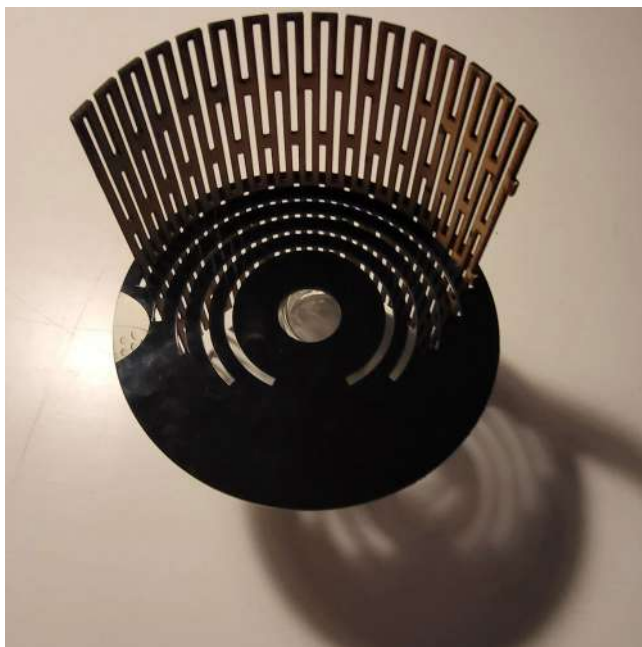


Fig. 11/ La distribuzione del *kerfing* può essere uniforme o ottimizzata in funzione della curvatura. In questo caso l'ottimizzazione consente di indebolire il meno possibile la struttura



Fig.12/ Utilizzando i risultati dei test effettuati per definire la massima curvatura di un materiale in funzione dello spessore e del pattern si può definire la distribuzione ottimale per la superficie di progetto.



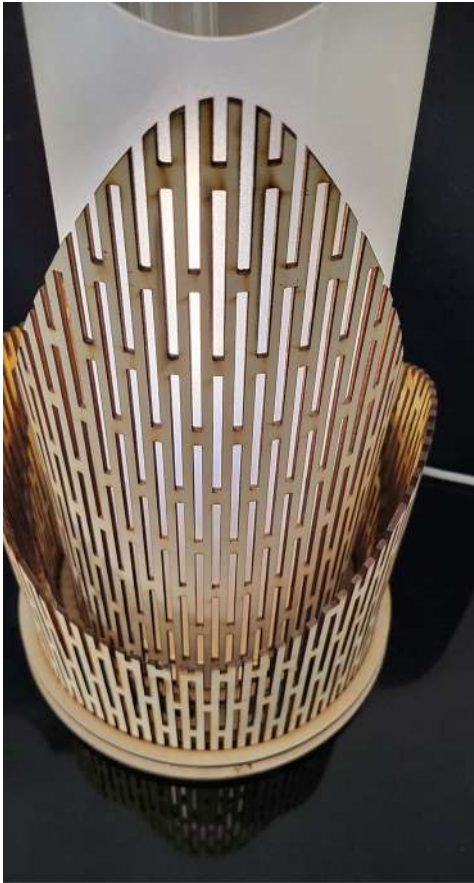
getti complessi basato sull'utilizzo delle intersezioni controllate parametricamente per definire il bordo delle diverse parti che compongono l'oggetto.

L'uso di materiali diversi, come il multistrato e il polipropilene, permette di ottenere una combinazione di flessibilità e giochi di trasparenza nella creazione del prototipo.

La lampada è composta da tre porzioni di cilindro concentriche, il cui bordo è definito dall'intersezione dei tre cilindri con tre paraboloidi iperbolici.

Per generare le varie parti del prototipo stato sviluppato uno *script* che consente la creazione di infinite varianti che, agendo su alcuni parametri scelti come riferimento, come la misura del raggio del cilindro esterno e la configurazione dei paraboloidi, consentono di definire le dimensioni dei singoli pezzi e la configurazione dei bordi curvilinei (Fig.6). Questo approccio offre una grande flessibilità nella progettazione e nella personalizzazione dell'oggetto.

I due cilindri esterni sono stati realizzati in multistrato-



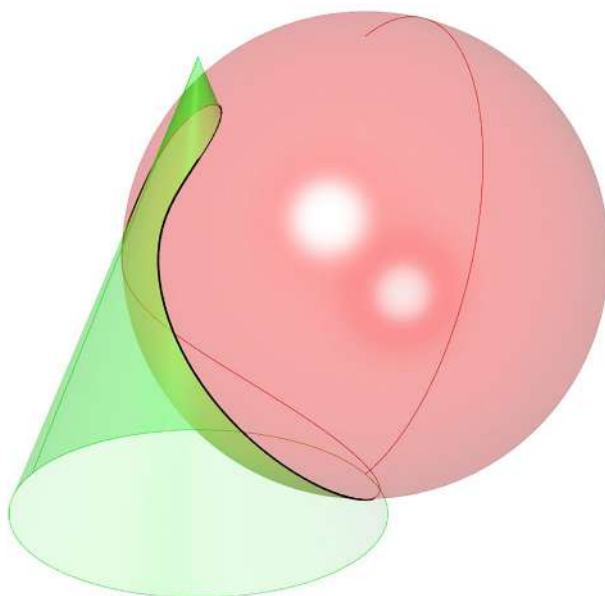
to con spessore 3 mm, a cui è stato applicato un pattern di taglio. Questo ha consentito di conferire al materiale una maggiore flessibilità consentendo la costruzione delle superfici curve.

Per distribuire il pattern di taglio sulle parti di cilindro in MDF in funzione del materiale e della curvatura, si costruisce una griglia dividendo le isocurve rettilinee. I parametri che consentono di controllare la griglia sono il numero di isocurve e il numero di parti in cui le isocurve possono essere divise (Fig.8). Per il cilindro interno è stato utilizzato polipropilene bianco opaco con spessore 1 mm. Grazie alle proprietà flessibili ed elastiche del polipropilene, è stato

Fig.13/ Lampada da appoggio: DEVELOPABLE 1.0. Prototipo realizzato da Sara De Toro.

Dal piano alla superficie

Fig.14/ Approccio metodologico per la gestione parametrica del processo. In questo caso per definire il bordo della porzione di cono è stato definito uno *script* che consente di variare le dimensioni delle due superfici e la reciproca posizione. Si possono quindi generare infinite configurazioni tra cui scegliere.



possibile realizzare il pezzo tagliando semplicemente la superficie sviluppata e definendo i vincoli per mettere in forma la superficie in relazione all'elasticità del materiale. In questo caso sono stati praticati dei fori sui bordi della superficie che, tramite una cucitura, ne hanno consentito la costruzione.

Superfici coniche

Il secondo dei prototipi presentati è una lampada da sospensione, *Yin_Yang*, composta da due superfici coniche tra loro semplicemente connesse. La sperimentazione rappresenta un esempio di utilizzo delle intersezioni geometriche e dello *script* parametrico per generare forme complesse. Questo approccio offre una grande flessibilità e possibilità di personalizzazione nel processo di progettazione.

Il prototipo è composto da due pezzi di un cono circolare retto, che sono collegati tra loro tramite due fori praticati nelle porzioni di superfici sovrapposte. I bordi delle due superfici sono due curve gobbe, definite dall'intersezione dei cono con una



sfera. Anche in questo caso l'intero processo è stato gestito parametricamente definendo uno *script* che consente di generare infinite soluzioni modificando le dimensioni delle due superfici e la posizione della sfera rispetto al cono. Questo approccio si rivela estremamente flessibile, consente di adattare il design alle diverse esigenze e può essere utilizzato per definire una porzione di qualsiasi superficie sviluppabile.

Utilizzando le intersezioni tra forme geometriche di base, come coni e sfere, è possibile creare forme complesse e interessanti per una vasta gamma di applicazioni.

Una volta definita la sviluppata sono stati realizzate diverse varianti della lampada Yin_Yang, utilizzando materiali diversamente accostati: polipropilene, multistrato, plexiglass e alluminio.

Fig. 15/ Yin_Yang. Versione del prototipo in polipropilene e alluminio. Per passare dalla sviluppata alla superficie sono stati definiti i diversi vincoli in funzione delle diverse caratteristiche del materiale: l'alluminio è duttile quindi una volta modellato non è necessario inserire vincoli particolari per mantenere la forma, mentre per il pezzo in polipropilene, che è elastico, è necessario inserire un vincolo che impedisca alla forma di ritornare nella sua configurazione piana (design Mara Capone).



Fig.16/ Yin_Yang. Versione del prototipo in polipropilene e alluminio. In questo caso la sperimentazione consiste nell'utilizzo di materiali con diverse caratteristiche: un materiale duttile ed un materiale elastico. Due fori passanti consentono di collegare i due pezzi.

Per i pezzi in polipropilene e alluminio è stato sufficiente tagliare la forma piana, la sviluppata, poiché questi materiali sono flessibili, elastici o duttili, e possono essere facilmente modellati senza l'applicazione di pattern di taglio. Per i pezzi in multistrato e plexiglass, materiali rigidi, è stato necessario applicare un pattern di taglio per costruire la forma modellata.

Come per tutte le superfici cilindriche, anche per le superfici coniche il pattern di taglio si distribuisce utilizzando le generatrici rettilinee della superficie. In questo caso le generatrici convergono in un punto, il vertice del cono e, quindi, la griglia che consente di adattare la matrice alla superficie è composta da celle diverse tra loro.

Anche in questo caso, è stato sviluppato uno *script* che consente di variare la griglia e il pattern di taglio

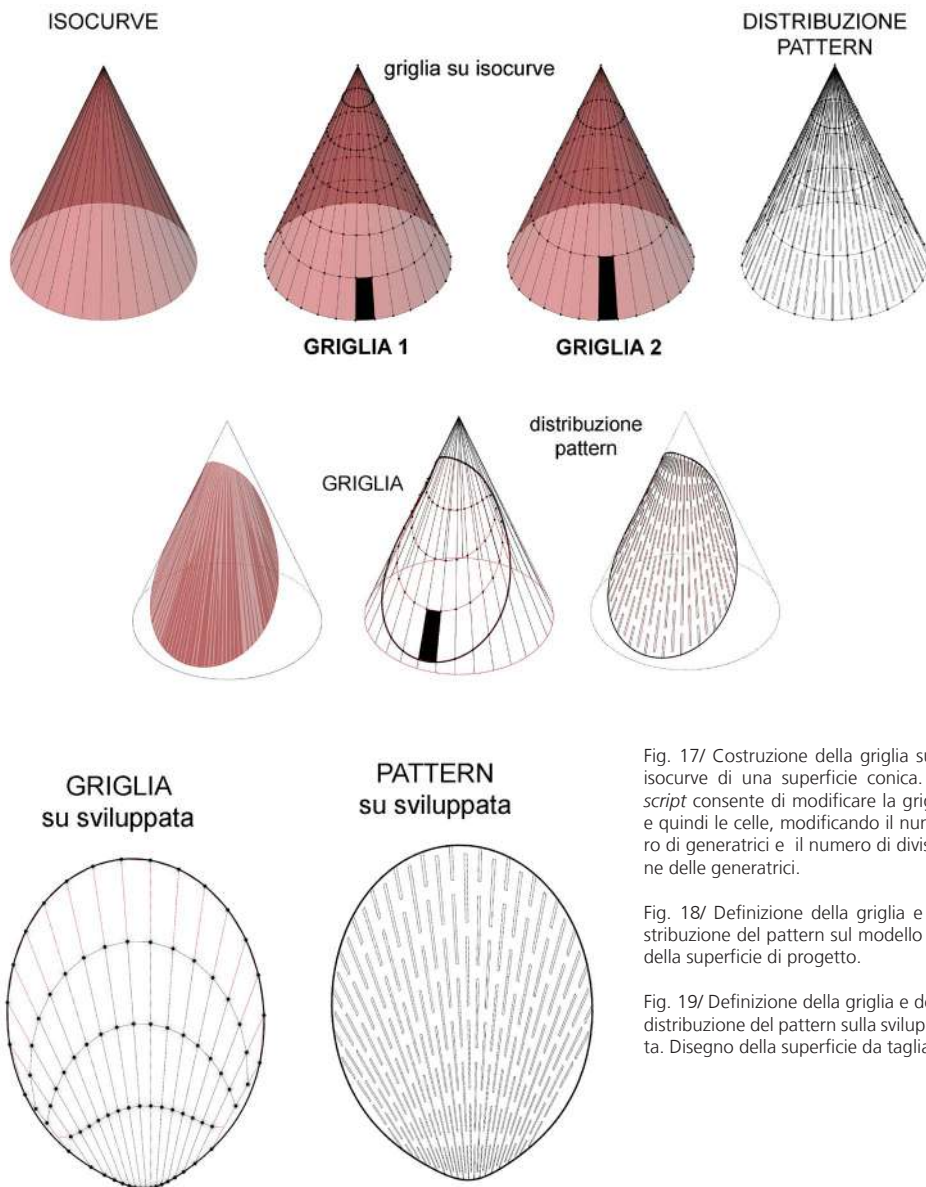


Fig. 17/ Costruzione della griglia sulle isocurve di una superficie conica. Lo *script* consente di modificare la griglia e quindi le celle, modificando il numero di generatrici e il numero di divisione delle generatrici.

Fig. 18/ Definizione della griglia e distribuzione del pattern sul modello 3D della superficie di progetto.

Fig. 19/ Definizione della griglia e della distribuzione del pattern sulla sviluppata. Disegno della superficie da tagliare.

in base alla geometria della superficie conica e alle caratteristiche dei materiali. Lo *script* consente di variare la griglia utilizzando come parametri il numero di generatrici e il numero di tagli per ogni generatrice offrendo una grande flessibilità

Dal piano alla superficie

Fig.20/ Yin_Yang. Versione del prototipo con plexiglass e legno.

Fig.21/ Taglio dei diversi pezzi con diversi materiali.





nel processo di progettazione e consentendo di adattare la matrice di taglio in funzione della massima curvatura della superficie in relazione alle caratteristiche del materiale.

Per garantire la massima efficienza e la migliore distribuzione del pattern di taglio la matrice e la griglia sono state proporzionate in relazione alla massima curvatura della superficie. Questo processo di ottimizzazione assicura che il taglio sia adeguato alla geometria della superficie e alle proprietà dei materiali, evitando la rottura durante la lavorazione. Questo approccio permette di ottenere risultati ottimizzati e personalizzati per ogni variante della lampada.

Fig. 22/ Yin_Yang. Versione del prototipo con plexiglas e legno.

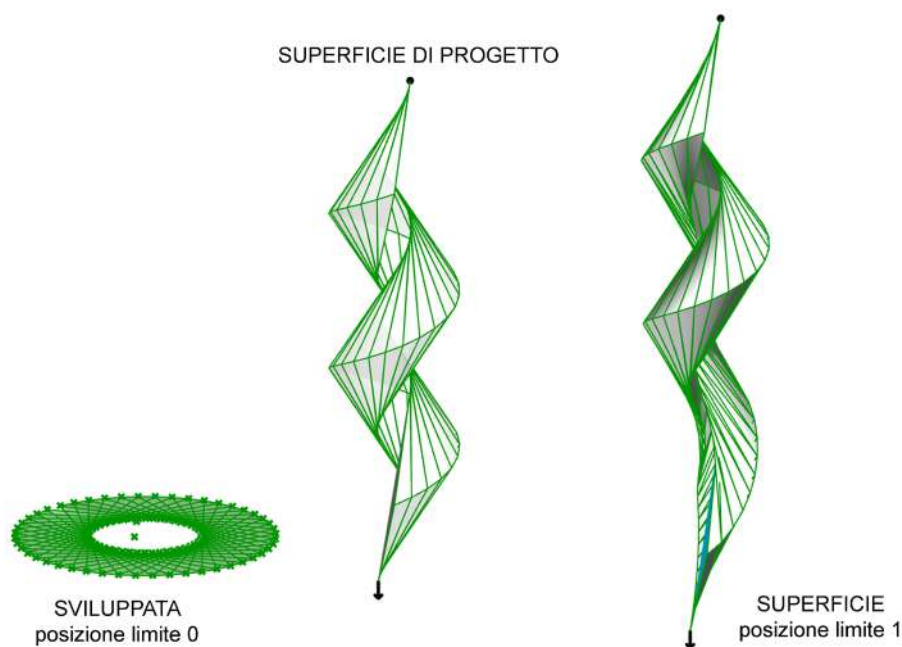


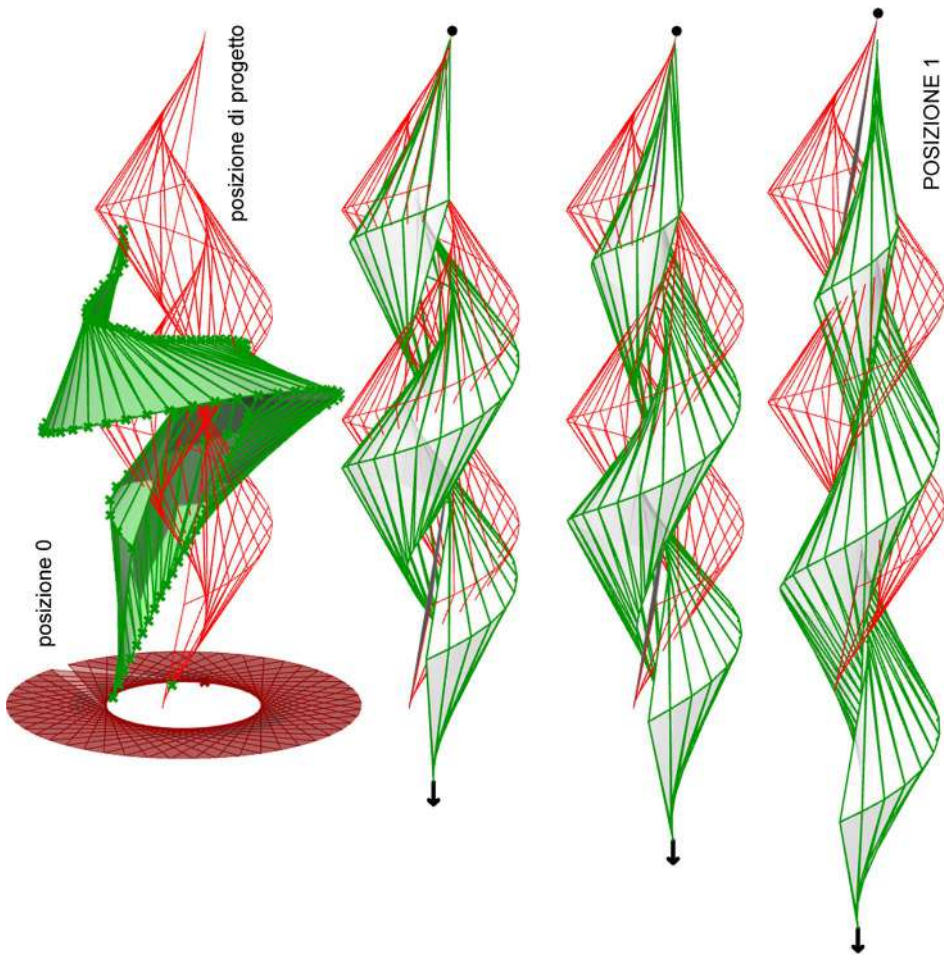
Fig.23/ Elicoide sviluppabile. Dalla sviluppata di un elicoide si possono ottenere infinite configurazioni comprese tra la posizione limite 0_sviluppata, posizione limite 1. La superficie di progetto è compresa tra queste due posizioni.

Tangenziale: elicoide

Le questioni da affrontare per costruire una superficie complessa utilizzando pannelli piani riguardano il disegno della forma piana da tagliare, la definizione delle modalità per passare dalla configurazione piana alla superficie e il progetto dei vincoli e delle connessioni necessarie per ottenere una superficie in equilibrio.

Da un punto di vista metodologico la sperimentazione consiste nel progettare diverse configurazioni utilizzando gli stessi principi geometrici, diversi materiali, diversi modi di assemblare e vincolare i pezzi, simulando il movimento che consente di mettere in forma la superficie piana.

Partendo dai prototipi si propone un approccio sperimentale basato sulla definizione del processo che, tradotto in un modello computazionale, consenta al designer di valutare le possibili alternative per definire i vincoli e le modalità di assemblaggio del sistema. Quella degli *elicoidei sviluppabili* è una particola-



re famiglia di tangenziali generata conducendo le tangenti ad una qualsiasi elica. Come è stato ampiamente illustrato in precedenza il controllo della superficie avviene modificando i parametri che consentono di generare l'elica, mentre l'estensione della superficie si determina assegnando la lunghezza delle generatrici⁷.

Due prototipi sono stati costruiti utilizzando questa geometria: il *Prototipo 1* è composto da due porzioni di elicoide con generatrici della stessa lunghezza disposte in senso opposto, mentre il *Prototipo 2* è

Fig. 24/ Elicoide sviluppabile. Simulazione del processo dinamico della struttura. Tra le infinite configurazioni possibili il progettista può scegliere la configurazione di progetto.

⁷ Cfr. Casi notevoli: l'elicoide sviluppabile p. 90.

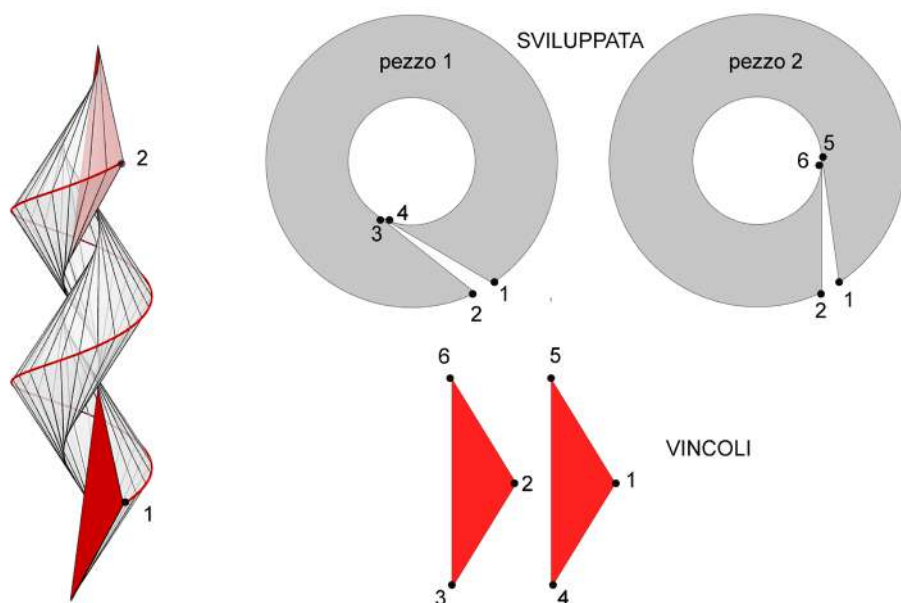


Fig.25/ Elicoide sviluppabile. Per passare dalla configurazione piana alla configurazione di progetto è necessario definire la geometria dei vincoli. in questo caso sono stati definiti due triangoli rigidi che consentono di bloccare il sistema.

una porzione di elicoide delimitata da un'elica e da un piano ortogonale all'asse.

Le tecniche precedentemente illustrate⁸ sono state applicate per definire la sviluppata di ciascun pezzo. Anche in questo caso sono stati realizzati diversi prototipi utilizzando materiali con diverse caratteristiche.

Prototipo 1_geometria

il progetto del *Prototipo 1* si basa su una rigorosa definizione parametrica della geometria. L'uso di modelli computazionali consente di simulare il movimento e valutare l'efficacia dei vincoli per mantenere in equilibrio la forma desiderata.

L'elica e l'estensione della superficie sono definiti parametricamente. Questo permette di controllare la forma e le dimensioni della superficie in modo flessibile, consentendo di valutare le possibili varianti senza dover riprogettare l'intero prototipo.

Definita, quindi l'elica e l'estensione della superficie si costruisce la sviluppata di ciascun pezzo delimita-

⁸ Cfr. Sviluppata di un elicoide tangenziale p. 95.

to da due eliche cilindriche e due generatrici rettilinee. Lo sviluppo della superficie, in questo caso, è composta da due cerchi concentrici, i cui raggi sono i raggi dei cerchi osculatori delle due eliche di bordo, e da due segmenti rettilinei coincidenti con le generatrici⁹.

Poiché esistono infinite eliche con la stessa curvatura, Il progetto dei vincoli è in questo caso fondamentale, in quanto la stessa sviluppata consente di generare infinite configurazioni comprese tra le due posizioni limite: la posizione piana e quella in cui l'elica interna tende all'asse¹⁰. La configurazione di progetto è sempre compresa tra queste due posizioni limite.

Vincolando le due porzioni di paraboloide con una cerniera in corrispondenza dell'elica di bordo esterna il modello computazionale consente di simulare il movimento e quindi di definire fisicamente il vincolo necessario a bloccare la forma in una determinata posizione (Fig. 24).

In questo caso tale vincolo è rappresentato da due triangoli rigidi dalla cui forma dipende la configurazione scelta.

Prototipo 1.1_polipropilene

Per analizzare le diverse problematiche connesse alla progettazione dei vincoli sono stati realizzati due prototipi in scala diversa utilizzando pannelli di polipropilene spessi 1mm e plexiglass da 3mm per i triangoli rigidi, i vincoli.

Il materiale nella configurazione scelta si rivela flessibile e molto elastico. Il prototipo in scala maggiore, con raggio esterno della sviluppata pari a 55 cm, si costruisce facilmente collegando le due falde opposte con una cucitura lungo l'elica esterna che funziona come una cerniera.

La superficie si configura utilizzando i due triangoli di plexiglas la cui forma è stata definita in fase di



Fig. 26/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.1_polipropilene. Il prototipo costruito con un pannello di polipropilene 0.2 mm è tanto più elastico minore è la dimensione del prototipo.

⁹ Cfr. Sviluppata di un elicoide tangenziale, p. 95.

¹⁰ Martin-Pastor A. 2020.



progetto scegliendo una delle infinite possibili configurazioni comprese tra le due posizioni limite.

La struttura si rivela comunque elastica. Infatti, si può verificare che, come previsto nella simulazione digitale (Fig. 24), applicando una forza verticale, il prototipo si allunga. Per vincolare in modo stabile la configurazione è necessario introdurre ulteriori vincoli, in questo caso è stato inserito un elemento lineare rigido, avente la stessa direzione dell'asse dell'elica, in modo da fissare i due triangoli alla distanza definita in fase di progetto (Fig. 27).

La costruzione di un modello in scala minore ha evidenziato che, nonostante la forma e il materiale siano gli stessi, è necessaria una forza decisamente maggiore per mantenere la configurazione in equilibrio, per contrastare la "tendenza" della superficie a ritornare nella sua configurazione piana. Questo è dovuto alle dimensioni ridotte del modello, che influenzano la distribuzione delle tensioni e delle deformazioni nel materiale (Fig. 26). È importante considerare questo aspetto durante la progettazione e la realizzazione dei prototipi per progettare i vincoli in relazione caratteristiche del materiale.

Prototipo 1.2_multistrato

Per realizzare il prototipo in multistrato da 3 mm è stato necessario applicare un pattern di taglio, poiché il materiale, in relazione alla dimensione del prototipo e allo spessore del pannello, si può considerare rigido. Per poterlo rendere flessibile è stato applicato un pattern *live hinges* calibrato in modo da non comprometterne la resistenza strutturale. Applicando lo stesso processo illustrato in precedenza si costruisce una griglia utilizzando le generatrici rettilinee dell'elicoide. Anche in questo caso le variabili che consentono di modificare la griglia sono il numero di generatrici e il numero di tagli per generatrice. Calcolata la curvatura massima della

Fig.27/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.1_polipropilene. Il prototipo si comporta comunque elasticamente entro i limiti della geometria definita. I soli triangoli di plexiglass irrigidiscono la struttura ma non impediscono il movimento in direzione dell'asse dell'elica.

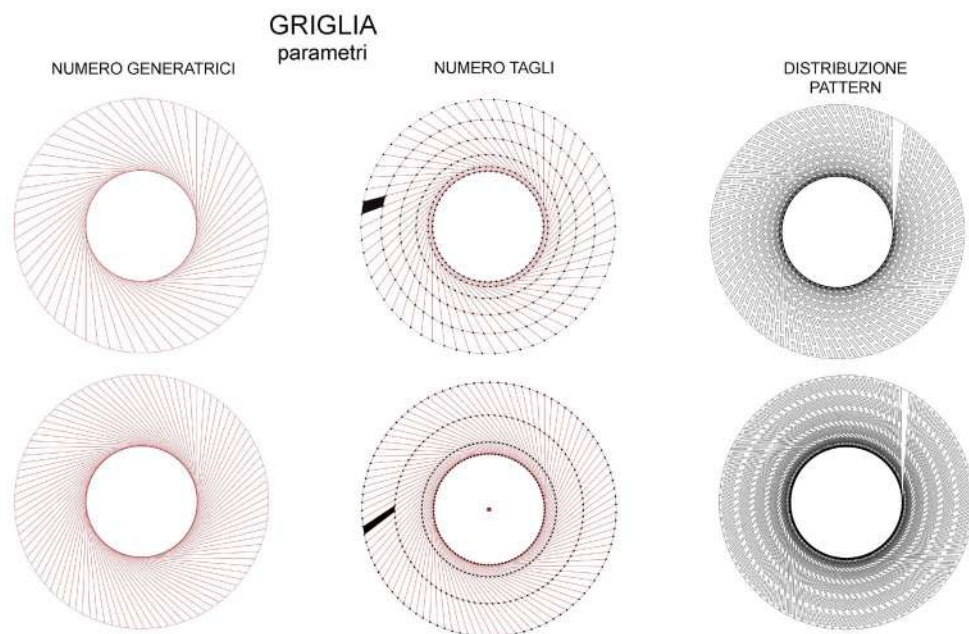


Fig. 28/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.2_multistrato. Distribuzione del pattern di taglio. Il pannello è reso flessibile applicando un pattern di taglio lineare utilizzando la griglia di isocurve costruita sulle tangenti.

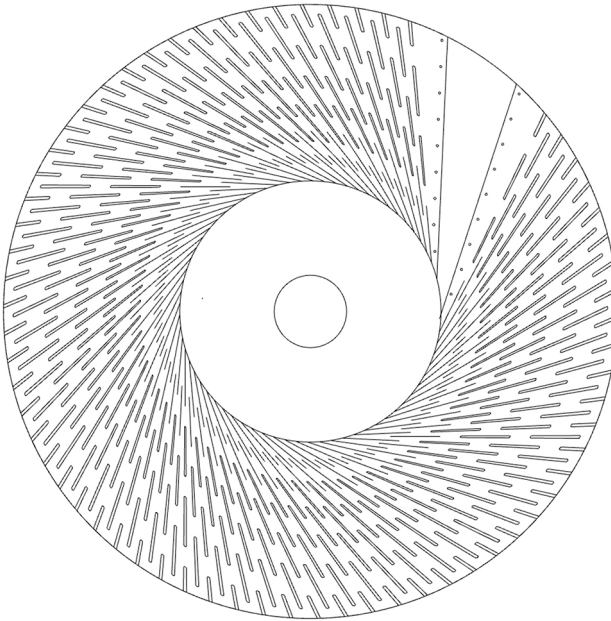
superficie la griglia viene modificata di conseguenza per garantire una distribuzione ottimale del pattern. Questo processo tiene conto dei risultati dei test iniziali sui materiali e sui diversi pattern di taglio per garantire la compatibilità e la flessibilità del multistrato.

La realizzazione del prototipo ha evidenziato un problema comune quando si utilizza la tecnica del *kerfing*: la necessità di gestire la distribuzione del pattern di taglio in modo da evitare eccessiva fragilità e problemi legati alla tecnologia di fabbricazione. Punto cruciale del processo è considerare la distribuzione del pattern di taglio in relazione alla curvatura della superficie e alla tecnologia di fabbricazione utilizzata.

La distribuzione molto fitta del pattern di taglio in prossimità del bordo interno può, infatti, causare fragilità e altri problemi.

In particolare, per evitare le bruciature dovute a linee di taglio troppo ravvicinate, è importante otti-

Fig.29/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.2_multistrato. Disegno del pattern di taglio.



mizzare la matrice di taglio in modo da rispettare la distanza minima delle linee in base alla tecnologia di fabbricazione utilizzata. Pertanto dall'osservazione delle problematiche riscontrate nella realizzazione del *prototipo 1.2* con taglio laser sono state definite specifiche strategie che consentono di ridurre localmente la complessità della matrice di taglio con l'obiettivo di minimizzare i problemi connessi alla tecnologia di fabbricazione (Fig. 32).

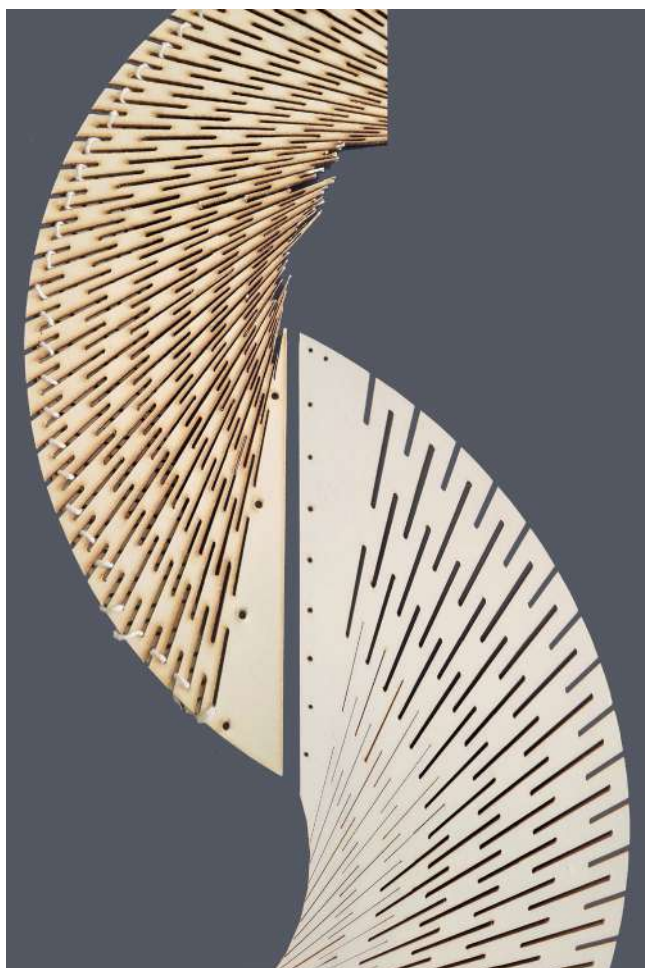
Affrontare le sfide legate alla distribuzione del pattern di taglio in relazione alla tecnologia di fabbricazione richiede quindi un approccio che tenga conto delle caratteristiche della superficie, della tecnologia utilizzata e delle esigenze specifiche del progetto.

Per l'assemblaggio del modello, una volta tagliato il materiale secondo la griglia definita, le due falde opposte di multistrato sono state cucite insieme per formare la superficie desiderata.

Per mantenere la configurazione in equilibrio, sono stati costruiti i due triangoli rigidi la cui geometria

Dal piano alla superficie





è stata definita in modo da vincolare la forma nella configurazione di finale.

In questo caso, poiché il multistrato con il *kerfing* risulta essere poco elastico, i due triangoli sono sufficienti per stabilizzare la struttura e mantenere la configurazione in equilibrio.

Prototipo 1.3_ polipropilene e multistrato

La realizzazione di prototipi utilizzando materiali diversi, con differenti moduli di elasticità, ha offerto l'opportunità di affrontare ulteriori aspetti della

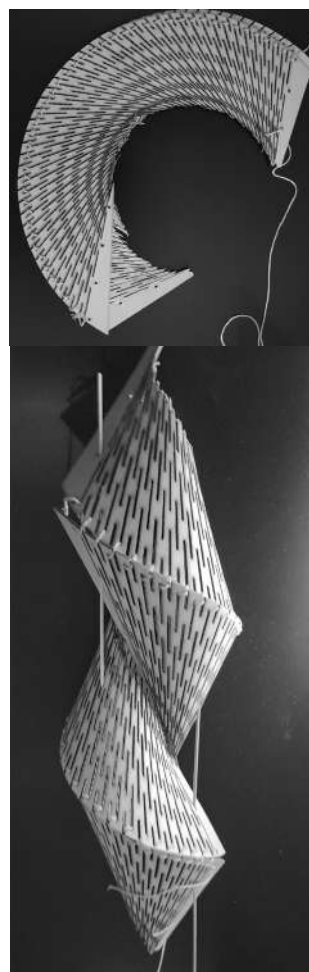


Fig.30/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.2_multistrato.

Fig.31/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.2_multistrato. Configurazione piana e superficie. Le due falde con il pattern di taglio sono poco elastiche in questo caso è molto semplice passare dalla configurazione piana a quella di progetto.

Fig.32/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.2_multistrato. Confronto tra due diverse distribuzioni del pattern per evitare i difetti quali rotture e bruciature.



Fig. 33/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.2_multistrato _ polipropilene. Dalla forma piana alla costruzione del prototipo.

questione per garantire la coerenza strutturale e la resistenza dell'oggetto finale.

Affrontare la questione della realizzazione di prototipi con materiali diversi richiede una attività sperimentale che includa l'analisi dei materiali, l'ottimizzazione del processo e lo sviluppo di strumenti computazionali per guidare il processo decisionale. Attraverso un ciclo iterativo di sperimentazione e miglioramento, è possibile ottenere prototipi più solidi e affidabili.

Il *prototipo 1.3* è costruito con una falda di elicoide



in multistrato, su cui è stato applicato un pattern di taglio per rendere flessibile il materiale, e una falda in polipropilene.

Per la distribuzione del pattern di taglio sono state messe in atto le strategie precedentemente definite per evitare le problematiche connesse alle tecnologie di fabbricazione, la matrice di taglio è stata localmente semplificata in modo da ottenere un pezzo integro, senza bruciature (Fig. 32).

Una volta messe in forma le due falde nel modo analogo ai prototipi precedenti, si sono evidenzia-

Fig.34/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.3_ polipropilene e multistrato. Dettagli del sistema di vincoli. Le diverse caratteristiche dei due materiali generano tensioni che determinano alcune rotture della falda di multistrato.

te alcune problematiche fondamentali dovute al diverso coefficiente di elasticità dei due materiali. In particolare il prototipo si rompe in alcuni punti poiché l'elasticità del polipropilene induce tensioni maggiori nella struttura che spaccano in alcuni punti la parte in legno.

Da questo esperimento emerge la necessità di condurre un'analisi dettagliata dei materiali utilizzati e delle tensioni che si verificano durante il processo. La differenza nei moduli di elasticità tra il multistrato e il polipropilene causa tensioni incompatibili che portano alla rottura della struttura.

Un'analisi delle tensioni e delle deformazioni può aiutare a prevenire tali problemi.

Sulla base dei risultati ottenuti con i prototipi sperimentali, è importante sviluppare un processo di distribuzione del pattern ottimizzato che tenga conto delle caratteristiche specifiche dei materiali utilizzati. Questo potrebbe includere l'adattamento delle procedure, la scelta di materiali complementari con proprietà simili o la modifica del design per ridurre le tensioni nei punti critici.

Il progetto è basato su un approccio iterativo, che prevede la valutazione continua dei prototipi, l'analisi dei risultati e la revisione del processo in relazione alle nuove informazioni acquisite.

L'obiettivo è quello di costruire un modello computazionale che sia in grado di controllare digitalmente il processo, spesso gestito solo empiricamente osservando i prototipi.

Il modello computazionale rappresenta una risorsa preziosa per prevedere il comportamento dei materiali durante la produzione dei prototipi.

La costruzione di un modello in grado di simulare le tensioni e le deformazioni nei materiali, consente ai progettisti di ottimizzare il processo e prevenire eventuali problemi strutturali introducendo le opportune modifiche.



Prototipo 1.4_alluminio

L'utilizzo di un foglio di alluminio con spessore 0.2mm rappresenta un'interessante alternativa nei processi di prototipazione per la costruzione di superfici sviluppabili, un'opzione che offre un controllo preciso della forma e grandi possibilità nell'ambito del design. Il foglio di alluminio con spessore ridotto offre una combinazione di duttilità, flessibilità e resistenza, che lo rende adatto per la costruzione di superfici complesse.

In questo caso, una volta tagliata la forma sviluppata, si devono applicare le forze necessarie per deformare il materiale per ottenere la forma desiderata che si conserva senza la necessità di introdurre vincoli particolari. Come più volte sottolineato, dalla superficie sviluppata si possono ottenere infinite configurazioni. I vincoli consentono di bloccare la superficie nella forma di progetto, definendo un



Fig.35/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.4_alluminio. Il prototipo in alluminio composto da una sola falda si modella facilmente grazie alla duttilità del materiale. Una volta definita la forma non sono necessari vincoli per bloccarla.

Fig.36/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 1.4_alluminio. Sviluppata.

Dal piano alla superficie

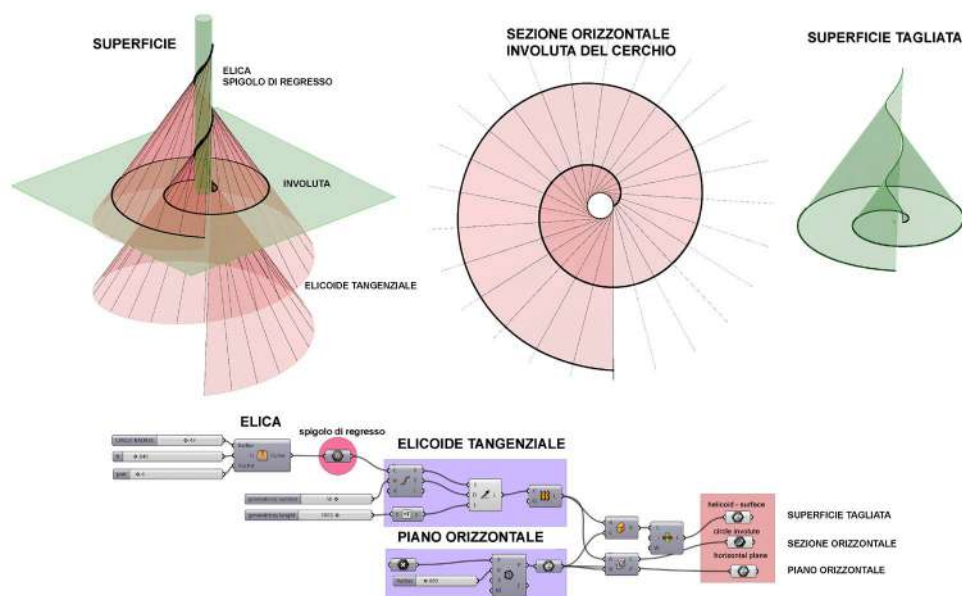


Fig.37/ Prototipo 2. La geometria è generata tagliando una falda di elicoide con un piano orizzontale. La definizione di uno script consente di controllare la superficie in fase di progettazione.

processo controllato e ripetibile. L'alluminio offre la possibilità di ritornare alla configurazione piana applicando semplicemente le stesse forze consentendo di esplorare liberamente diverse configurazioni senza la preoccupazione di danneggiare il materiale o di rendere irreversibili le modifiche apportate. Questo approccio offre vantaggi significativi, soprattutto in termini di controllo della forma e versatilità nel design. L'uso di un materiale come l'alluminio permette di esplorare nuove soluzioni in modo efficiente ed efficace, consentendo ai progettisti di testare e valutare rapidamente diverse possibili configurazioni.

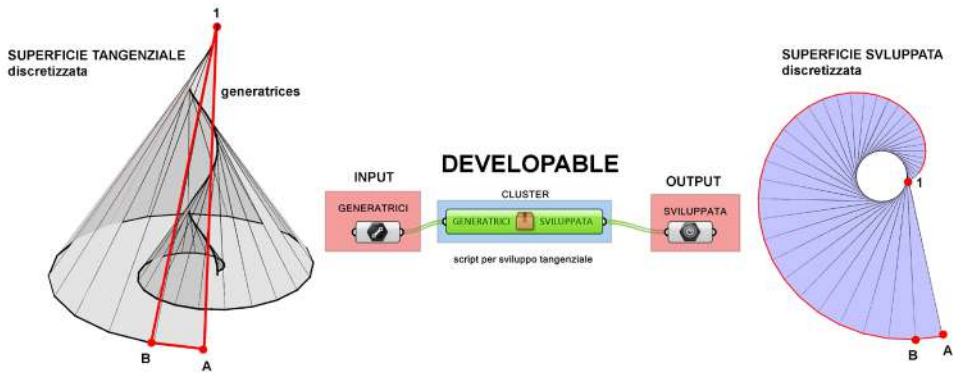
Prototipo 2_geometria

Per la realizzazione del *prototipo 2* è stata utilizzata una porzione di elicoide compresa tra l'elica ed un piano ortogonale all'asse dell'elica.

Anche in questo caso la geometria è stata gestita definendo uno *script* che consente di controllare i parametri per la generazione dell'elica e la posizione del piano orizzontale (Fig. 37). I bordi della super-

11 Cfr. Sviluppata di un elicoide tangenziale p. 95.

12 Cfr. Sviluppata di una tangenziale generica p. 83.



ficie sono definiti dall'elica, da due porzioni di generatrici rettilinee e dalla sezione dell'elicoide con il piano orizzontale che, come è noto, è l'involuta del cerchio il cui raggio è pari al raggio del cilindro dell'elica.

Una volta delimitata la porzione di elicoide da costruire si può disegnare la sviluppata con uno dei metodi precedentemente descritti, quindi, sfruttando le proprietà geometriche della superficie¹¹, oppure utilizzando l'algoritmo DEVELOPABLE che è stato dettagliatamente definito in questo testo¹². Nel primo caso la sviluppata si costruisce disegnando le curve di bordo che sono una parte di circonferenza avente raggio pari al raggio del cerchio osculatore dell'elica, parte della sua involuta e due segmenti rettilinei che coincidono con le generatrici che delimitano la superficie di progetto.

Nel secondo caso, utilizzando l'algoritmo DEVELOPABLE, sarà sufficiente inserire come input n generatrici della superficie e si ottiene la superficie sviluppata già discretizzata (Fig.38).

Determinata la forma piana della superficie di progetto, sono stati definiti i dettagli per la costruzione dei prototipi utilizzando diversi materiali con lo scopo di valutare prestazioni, caratteristiche e potenzialità in relazione a questa attività sperimentale.

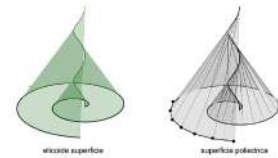


Fig. 38/ Prototipo 2. Definizione della sviluppata utilizzando lo script DEVELOPABLE definito per sviluppare una tangenziale qualsiasi.

Fig. 39/ Trasformazione della superficie di progetto in una superficie poliedrica.

¹³ Cfr. Dalla sviluppata alla superficie, p. 102.

Dal piano alla superficie

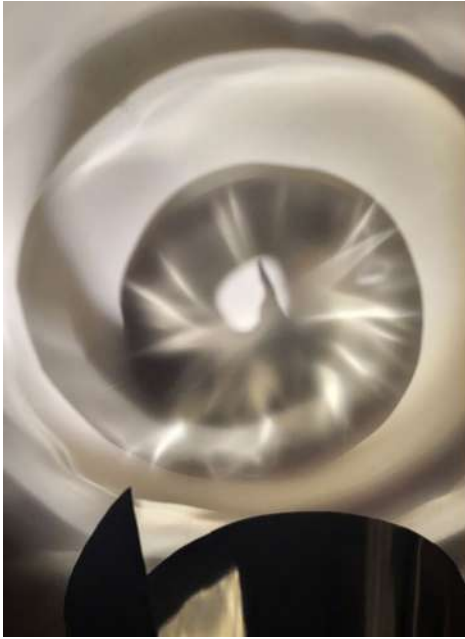


SVILUPPATA



SUPERFICIE IN FORMA
configurazione di progetto





Prototipo 2.1_alluminio

Il *prototipo 2.1* è stato realizzato utilizzando un foglio di alluminio spesso 0,2 mm.

Definita la forma della superficie sviluppata e tagliato il pannello è stato sufficiente applicare la forza necessaria per deformare la superficie piana utilizzando la direzione delle tangenti (Fig.40). Poiché il materiale è duttile una volta modellata la forma non è necessario aggiungere vincoli bloccarla, infatti, per poter ritornare alla configurazione iniziale è necessario applicare nuovamente la forza. Anche in questo caso, alla sviluppata corrispondono infinite possibili configurazioni comprese tra due posizioni limite, la posizione 0 che coincide con la configurazione piana e la posizione 1 che coincide con la configurazione limite in cui l'elica tende al suo asse¹³.

La configurazione del *prototipo 2.1* coincide con una delle infinite possibili compresa tra $0 < \text{prot. 2.1} < 1$. Sfruttando le proprietà geometriche della superficie sviluppata, è stata sperimentata la possibilità di

Fig.40/ Elicoide sviluppabile. Prototipo 2.1_alluminio. Il materiale duttile consente facilmente di mettere in forma la superficie che mantiene la configurazione assunta senza necessità di aggiungere vincoli.

Fig.41/ Prototipo 2.1. Il prototipo in alluminio consente una serie di esplorazioni sulle potenzialità di questa forma che può trasformarsi in un dispositivo luminoso in cui l'ombra proiettata è l'involuta del cerchio del cilindro su cui si sviluppa l'elica che rivela la natura geometrica della superficie.

creare un dispositivo luminoso basato su tali proprietà. Si può infatti verificare che, quando il piano di proiezione è posizionato in modo tale da essere ortogonale all'asse dell'elica, l'ombra proiettata è la proiezione del bordo che assume, quindi, la forma dell'involuta del cerchio.

Questo crea un effetto visivo suggestivo che potenzialmente genera interesse anche nell'osservatore non esperto, contribuendo così a creare un'esperienza visiva coinvolgente (Fig. 41).

Prototipo 2.2_legno

Il *prototipo 2.2* è un meccanismo cinetico che consente di muovere la superficie sviluppata dal piano alla configurazione di progetto. Il prototipo è composto da due parti: una base fissa e la superficie che rappresenta il pezzo mobile.

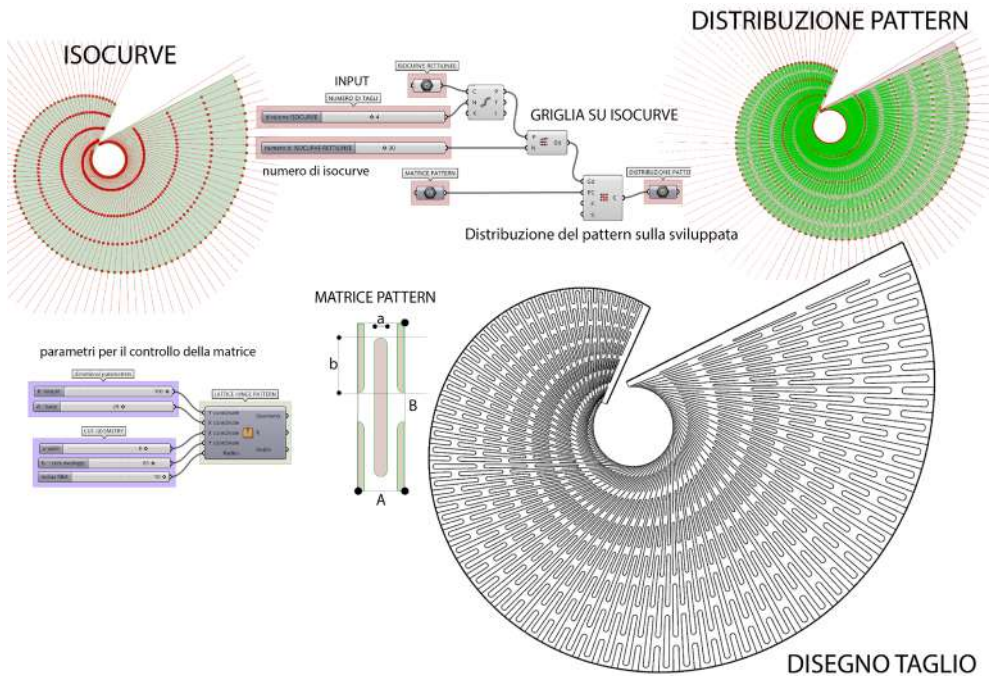
Per la realizzazione del pezzo mobile è stato utilizzato un multistrato spesso 3 mm, materiale che si considera rigido e che è stato reso flessibile utilizzando la tecnica del *kerfing*.

L'obiettivo è stato quello di trasformare il materiale originale in un materiale flessibile, ma non troppo elastico, in modo da poter trasformare facilmente la forma 2D in una configurazione 3D, costruendo un meccanismo che consenta di muovere agevolmente la struttura e bloccarla in diverse posizioni utilizzando semplici connessioni.

Partendo dalla sviluppata della porzione di elicoide definita è stato applicato un pattern di taglio lineare, che è stato distribuito in funzione della curvatura utilizzando le isocurve rettilinee della superficie, come illustrato in precedenza¹⁴.

Per ottenere una distribuzione ottimizzata e un pattern adeguato si agisce sui parametri che consentono di modificare la matrice di taglio in relazione alla massima curvatura della superficie. In particolare si modificano i parametri dimensionali (A e B, base e

¹⁴ Cfr. Distribuzione del pattern lineare, p. 127.



altezza del rettangolo della matrice) e i parametri geometrici (a e b, larghezza e sovrapposizione dei tagli) (Fig.42).

Per definire correttamente i valori di tali parametri in funzione della curvatura massima della superficie sono stati utilizzati i risultati dei test e quindi i valori della curvatura massima ammissibile, prima del punto di rottura, in relazione al materiale e allo spessore. Sfruttando i risultati dei prototipi precedentemente realizzati sono stati, inoltre, risolti tutti i problemi connessi alla tecnologia di fabbricazione ottenendo un pezzo senza bruciature, ottimizzato da un punto di vista strutturale, che si flette senza necessità di applicare forze troppo intense che provocherebbero tensioni, rotture e soprattutto instabilità.

Ulteriore sperimentazione è stata portata avanti per il progetto della base del meccanismo che dimostra come la geometria possa essere utilizzata per individuare specifiche soluzioni costruttive.

Fig.42/ Prototipo 2.2_legno. Progetto del pezzo mobile. Distribuzione del pattern di taglio lineare per rendere flessibile il materiale in funzione della curvatura. I parametri scelti consentono di modificare la griglia e la matrice di taglio in coerenza con i risultati dei test.

15 Cfr. Dalla sviluppata alla superficie, p. 102.

Dal piano alla superficie

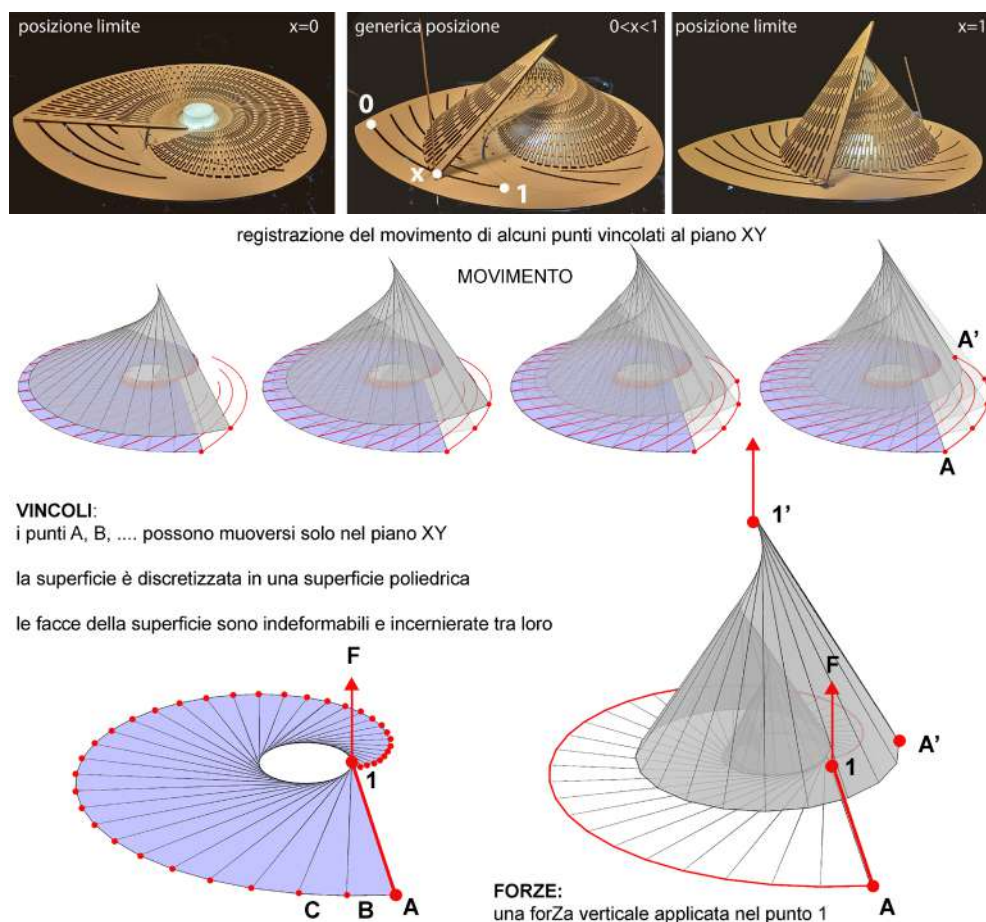
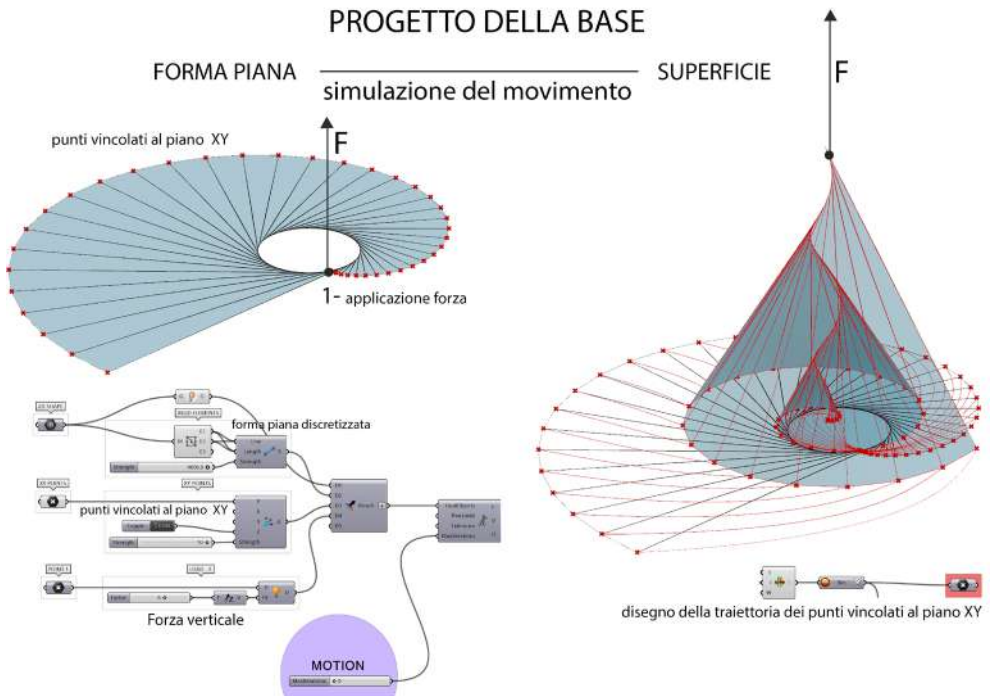


Fig. 43/ Prototipo 2.2_legno. Progetto del sistema dei vincoli e del meccanismo cinetico. Confronto del modello digitale del meccanismo con il modello fisico.

Da un punto di vista teorico si dimostra, infatti, che a partire dalla superficie si definisce in modo univoco la sua sviluppata ma non viceversa¹⁵.

Ciò significa che la sviluppata disegnata sul piano è la sviluppata di infiniti elicoidi che hanno come spigolo di regresso porzioni di eliche con la stessa curvatura e stessa lunghezza.

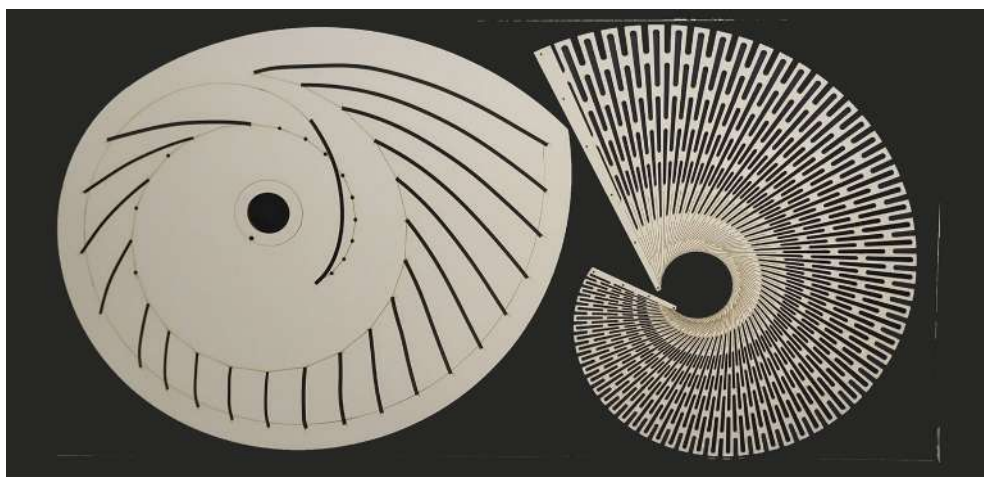
Pertanto, per poter mettere in forma la superficie piana è necessario definire in modo consapevole i vincoli del sistema. Il progetto del prototipo cinetico si fonda proprio sulla simulazione del processo dinamico che consente di trasformare la forma pia-



na nella configurazione stabilita (Fig.43). Partendo dalla sviluppata discretizzata in facce piane, che si considerano indeformabili ed incernierate tra loro, si vincolano al piano xy n punti appartenenti al bordo esterno della sviluppata. In ambiente VPL, applicando una forza verticale nel punto 1 si può simulare il movimento e si possono definire le infinite configurazioni tra le due posizioni limite: quella piana in cui

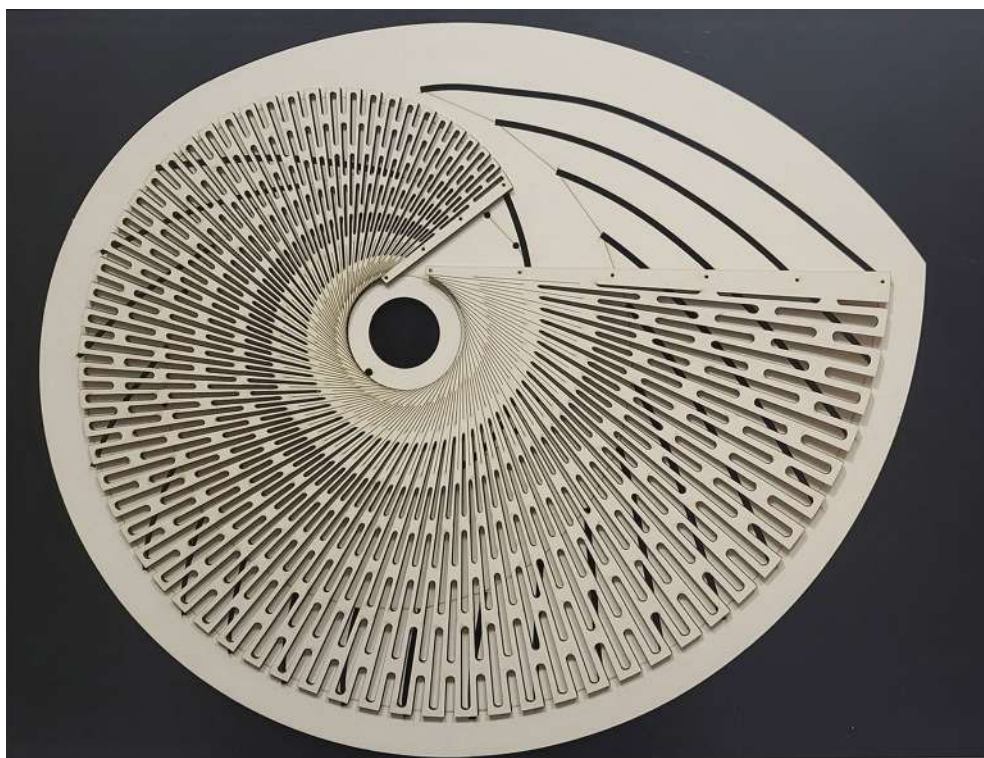
Fig.44/ Prototipo 2.2_legno. Script per la simulazione del cinematismo per il progetto della base. La registrazione del movimento consente di disegnare i binari per costruire il meccanismo.

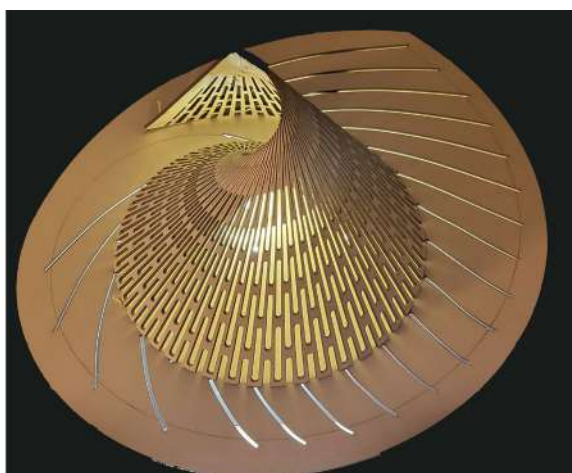
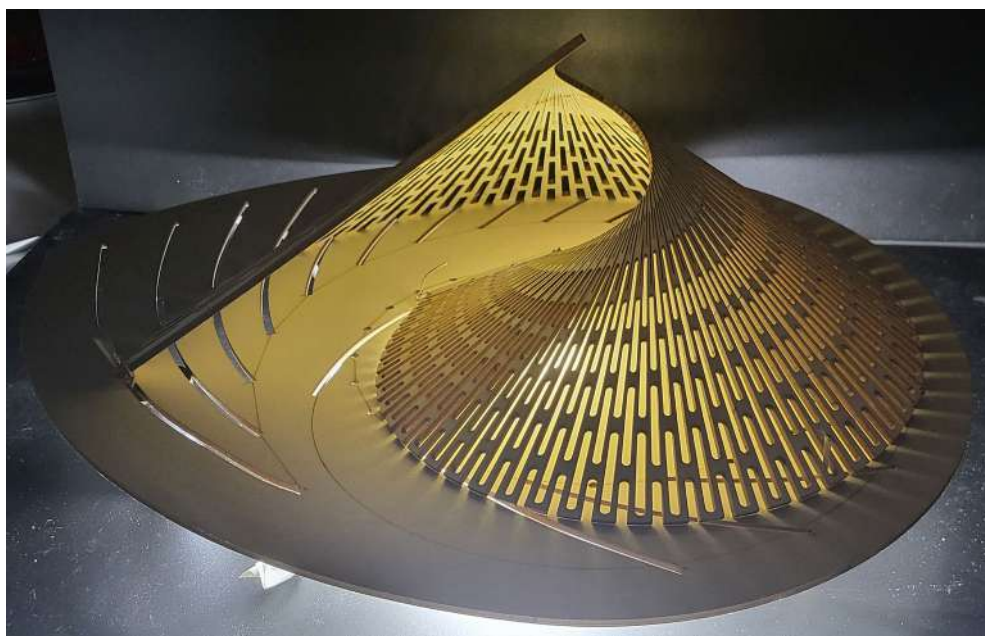
Dal piano alla superficie



BASE

PEZZO MOBILE



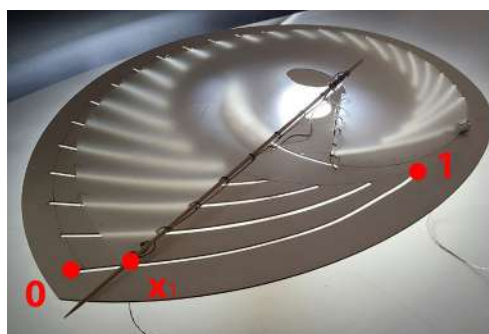


l'elica coincide con il suo sviluppo e, quindi, con il cerchio osculatore, e quella in cui l'elica tende al suo asse. In questo caso la configurazione di progetto, configurazione 1, rappresenta una posizione intermedia tra le due posizioni limite (Fig.43). Per costruire fisicamente il prototipo è stata definita

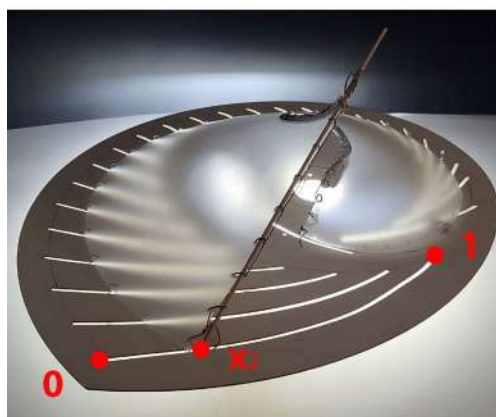
Fig.45/ Prototipo 2.2_legno. Pezzi piani costruiti con taglio laser.

Fig.46/ Prototipo 2.2_legno. Prototipo assemblato. Esplorazione delle potenzialità del prototipo cinetico.

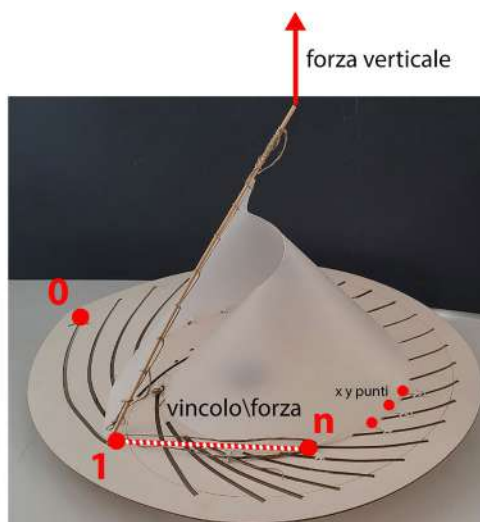
Dal piano alla superficie



posizione 1



posizione 2



posizione 3

Fig.47/ Prototipo 2.3_polipropilene. Definizione dei vincoli necessari per mantenere la forma in equilibrio in relazione alle tensioni che si determinano per l'elasticità del materiale.

una strategia progettuale basata sulla rappresentazione del movimento. La registrazione della traiettoria di alcuni punti scelti ha consentito di definire il disegno dei binari e il disegno dei tagli che consentono di vincolare con dei carrelli i punti assunti come riferimento e, quindi, di costruire il meccanismo cinetico (Fig. 44).

Il prototipo finale è composto da due pezzi, la base con i binari e la superficie con il *kerfing*, collegati tra loro con dei carrelli che scorrono nei solchi della base (Fig. 45).

Il meccanismo si attiva semplicemente applicando una forza verticale (Fig. 46).

Da un punto di vista metodologico questa experien-

za apre la strada a numerosi altri esperimenti basati sull'utilizzo della simulazione cinetica per la progettazione dei meccanismi che consentono la costruzione di forme che cambiano configurazione, in altri termini strutture adattive.

Prototipo 2.3_polipropilene

L'esplorazione di alternative per lo stesso prototipo cinetico ha portato alla realizzazione di una versione in cui sulla stessa base è montato un pezzo mobile realizzato in polipropilene.

Questo materiale è elastico, cambia forma quando vengono applicate le forze e ritorna nella sua configurazione originale una volta che le forze vengono rimosse (fig. 47).

Si può verificare che in questo caso per passare dalla forma iniziale piana alla configurazione finale non sarà sufficiente applicare una sola forza verticale, come illustrato per il *prototipo 2.2*, ma sarà necessario introdurre altri vincoli per ottenere una forma in equilibrio.

I vincoli necessari devono contrastare le sollecitazioni interne che dipendono dalla curvatura e dall'elasticità del materiale, nel caso in esame tali vincoli sono stati definiti empiricamente, osservando il prototipo. È stato notato che, passando dalla posizione iniziale con $x = 0$ alla posizione finale con $x = 1$, la forza necessaria per mantenere il sistema in equilibrio aumenta progressivamente, raggiungendo il massimo per $x = 1$.

I risultati di questa sperimentazione sono la base di ricerche in corso, che hanno come obiettivo quello di definire un modello computazionale più dettagliato e accurato per simulare il comportamento del materiale in funzione della sua elasticità.

Questo modello potrebbe consentire una progettazione più precisa e ottimizzata dei vincoli necessari per ottenere la configurazione di progetto.

Dal piano alla superficie

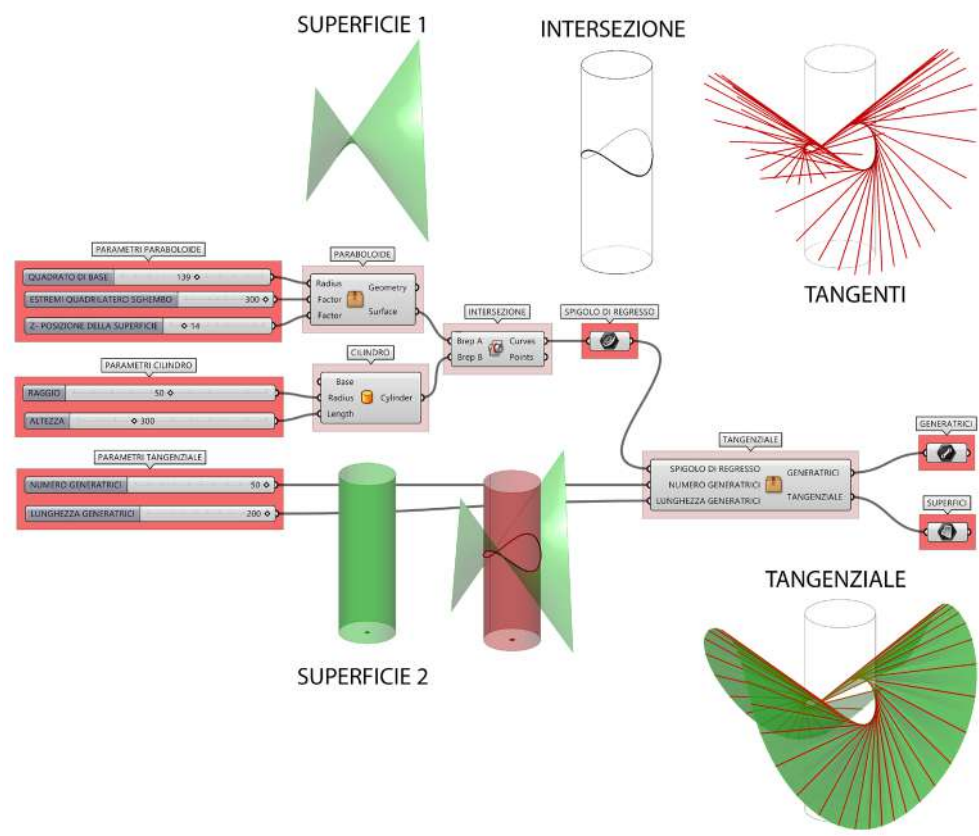


Fig.48/ Tangenziale intersezione. Script elaborato per controllare la generazione della superficie tangenziale in funzione dello spigolo di regresso definito come intersezione di due superfici..

Tangenziale: spigolo di regresso intersezione

La tangenziale è una particolare superficie sviluppabile ottenuta conducendo le tangenti ad una curva gobba, detta spigolo di regresso o direttrice della rigata. Da un punto di vista teorico, la superficie può essere controllata in funzione della natura di questa curva direttrice, che può essere una curva luogo geometrico, una linea grafica oppure, come nel caso considerato, un'intersezione di due superfici¹⁶. Dal punto di vista metodologico, il controllo della geometria può essere definito utilizzando un processo in cui i parametri di riferimento sono quelli specifici delle due superfici utilizzate e quelli che consentono di definire la posizione di una superficie rispetto all'altra.

¹⁶ Cfr. Costruzione e controllo delle tangenziali, p. 63.

L'obiettivo è sempre quello di definire un metodo generale utilizzabile anche in altri casi analoghi.

I prototipi basati su questo principio sono stati realizzati utilizzando come spigolo di regresso una curva chiusa determinata come intersezione di un cilindro circolare retto con un paraboloide iperbolico. Le diverse configurazioni sono state controllate parametricamente in modo da gestire interattivamente la generazione della superficie tangenziale in relazione alle dimensioni del cilindro e alla configurazione del paraboloide e, quindi, alla direttrice¹⁷ (Fig. 48).

L'algoritmo che è stato definito consente di generare infinite soluzioni alternative basate sulla stessa logica (Fig. 48).

Tuttavia, la tangenziale generata con questo processo non è una superficie notevole, il che significa che non sono note specifiche proprietà geometriche per determinare lo sviluppo.

Proprio per affrontare e risolvere questo problema una volta definita la forma di progetto, è stato testato il funzionamento di DEVELOPABLE¹⁸ che ha consentito di definire la sviluppata della superficie di progetto.

In questo caso, come spesso accade, lo sviluppo della superficie si sovrappone su sé stesso, è stato quindi necessario dividere in due parti la superficie per poterla costruire. Lo *script* è stato progettato per risolvere anche questo problema e per consentire al progettista di dividere lo sviluppo in due o più parti, a seconda del caso e della necessità, semplicemente variando il numero delle generatrici, unico input richiesto (Fig. 49).

Una volta definita la sviluppata, la superficie può teoricamente essere costruita utilizzando un qualsiasi materiale flessibile, con vincoli e connessioni che dipendono dal tipo di oggetto ma soprattutto dalle caratteristiche del materiale.

La realizzazione di diversi prototipi dimostra la ver-

¹⁷ Cfr. Costruzione e controllo delle tangenziali, p. 63.

¹⁸ Cfr. Sviluppata di una tangenziale generica, p. 83.

Dal piano alla superficie

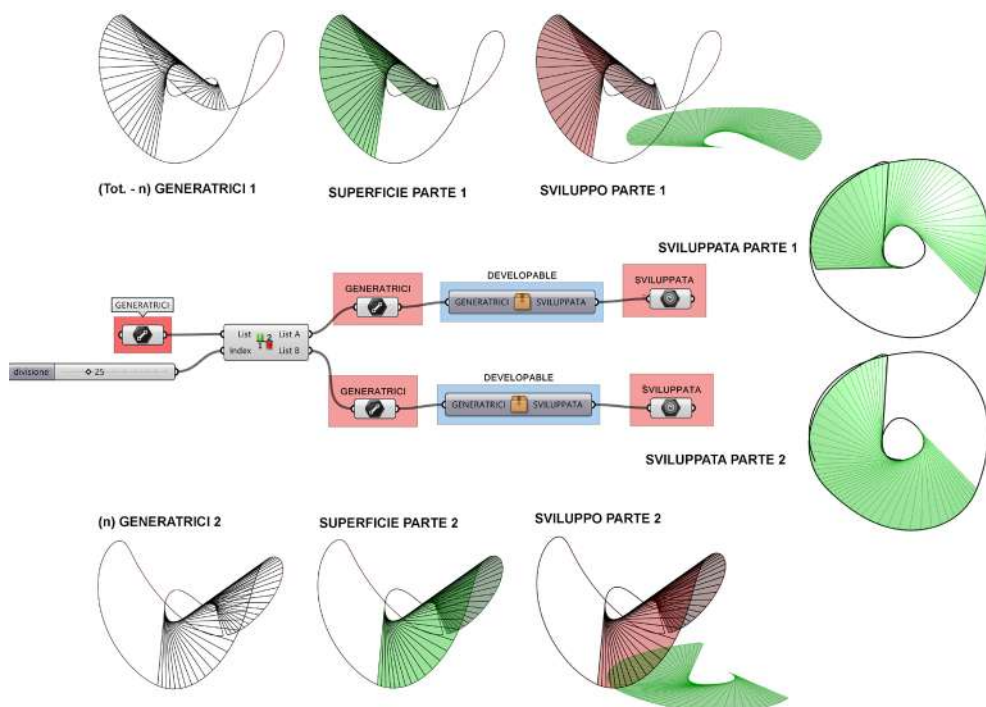


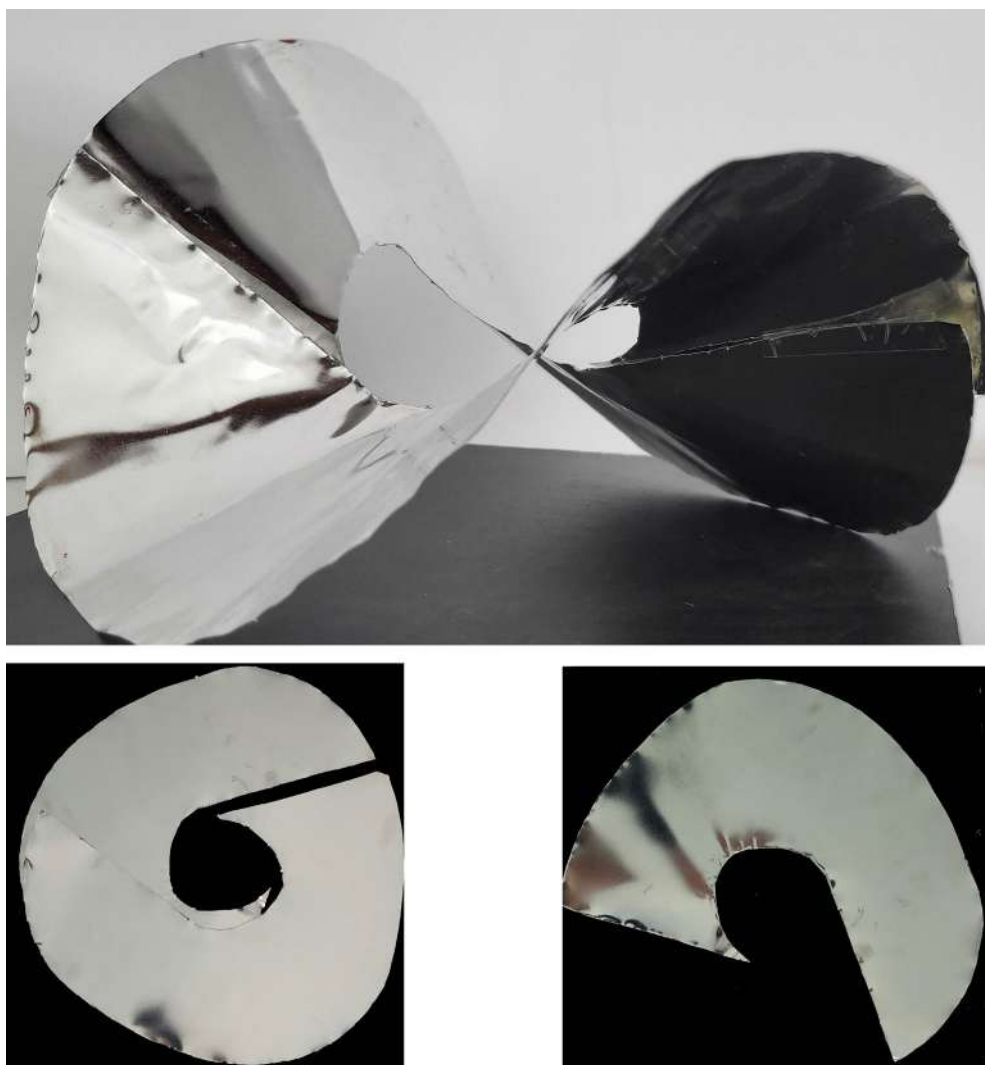
Fig.49/ Tangenziale intersezione. Test dello script DEVELOPABLE definito nell'ambito di questa ricerca. L'algoritmo consente di sviluppare una tangenziale qualsiasi e di dividere in parti lo sviluppo in modo da risolvere il problema della sovrapposizione.

satilità delle tecniche costruttive e dei materiali utilizzati, evidenziandone il diverso comportamento in relazione alla configurazione della superficie e alle forze applicate. Tale sperimentazione fornisce preziose informazioni per lo sviluppo e l'ottimizzazione di futuri progetti basati sull'utilizzo di questa famiglia di superfici

Prototipo 1_alluminio

Il prototipo in alluminio, realizzato con un foglio spesso 0.2 mm, è stato costruito sfruttando la duttilità del materiale che lo rende facilmente lavorabile. Per passare dalla sviluppata alla configurazione di progetto, la forma piana è stata deformata applicando forze che seguono la direzione delle generatrici, consentendo così di modellare la forma in base al progetto.

La superficie è stata divisa in due parti, che sono



state unite con alcuni punti di saldatura (Fig. 50). Dall'osservazione del prototipo emerge che, grazie alla duttilità dell'alluminio, ciascun pezzo conserva la sua forma anche quando non è collegato all'altro. Ciò dimostra che non ci sono tensioni significative da contrastare nel vincolo che si progetta per unire i due pezzi.

Questa proprietà rende il processo di costruzione molto più semplice e riduce la complessità dei vinco-

Fig. 50/ Tangenziale intersezione. Prototipo 1_alluminio. In questo caso la sviluppata è stata divisa in due parti. La connessione è stata realizzata con una semplice saldatura.

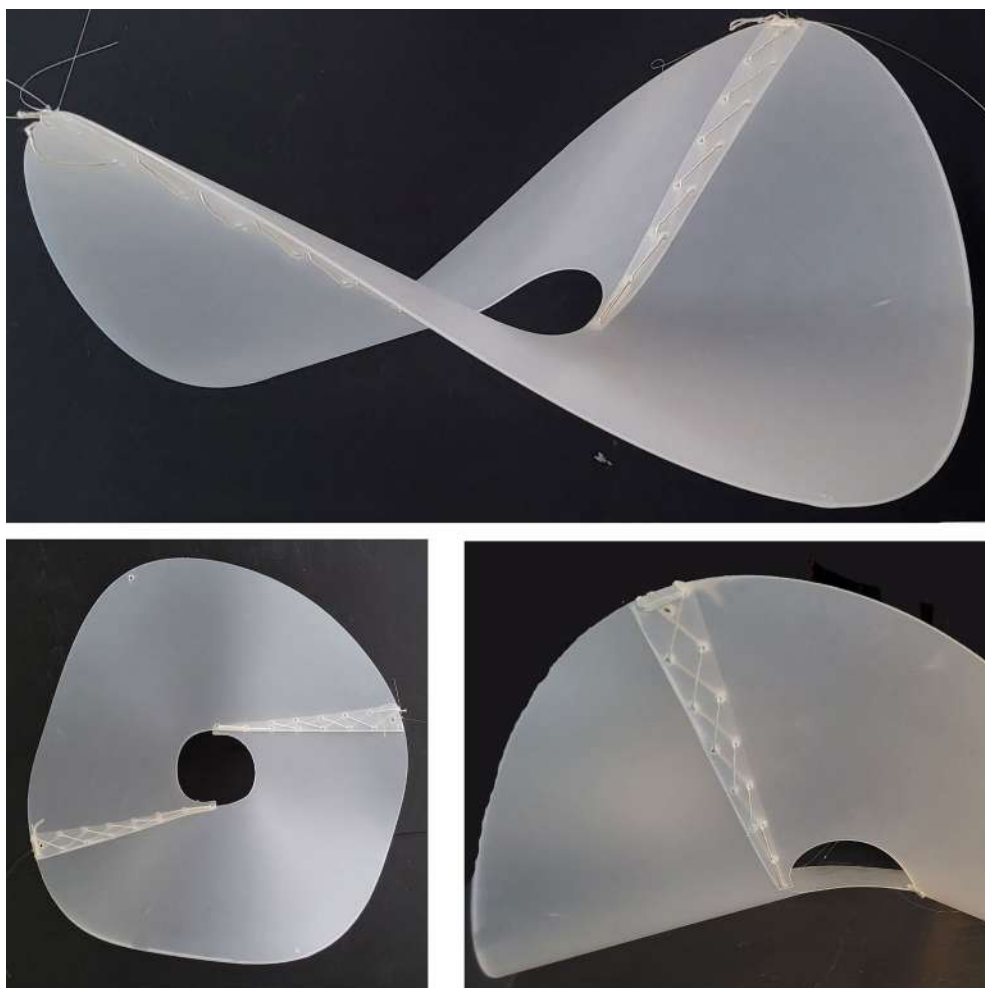


Fig.51/ Tangenziale intersezione. Prototipo 1_alluminio. Ombre e riflessioni: lo studio delle ombre restituisce la natura della superficie: la curva gobba intersezione di un paraboloide con un cilindro circolare, proiettata ortogonalmente restituisce l'immagine del cerchio di base.

li necessari, consentendo una maggiore libertà nel design e una maggiore facilità di montaggio.

Prototipo 2_polipropilene

L'obiettivo della sperimentazione è stato quello di realizzare la stessa forma utilizzando tecniche di fabbricazione differenti e materiali con diverse caratteristiche. Il secondo prototipo, realizzato tagliando un pannello di polipropilene spesso 1mm, offre spunti di riflessione soprattutto rispetto alla questione dei vincoli e delle connessioni proprio in relazione all'elasticità del materiale.



Sono stati realizzati due prototipi in scale diverse, e dai test effettuati emerge che il coefficiente di elasticità del materiale determina alcune problematiche nel prototipo più piccolo, poiché si generano tensioni maggiori proprio a causa di tale coefficiente¹⁹ (Fig. 52). L'attività di *testing* ha permesso di verificare che tali tensioni si riducono in funzione della scala e si annullano applicando opportunamente un pattern di taglio alla superficie (Fig. 53).

I risultati della sperimentazione in corso costituiscono la base per definire strumenti parametrici che

Fig. 52/ Prototipo 2_polipropilene. Il prototipo consente di verificare il comportamento di un materiale elastico ed in particolare di affrontare le problematiche connesse alla messa in forma e ai vincoli.

¹⁹ Cfr. p. 157.



Fig.53/ Prototipo 2_polipropilene. Tangenziale intersezione. Applicando un pattern di taglio al polipropilene le tensioni si annullano.

consentano di simulare il comportamento elastico del materiale agevolando la fase di progetto. Tale processo permette di calcolare le tensioni che si generano in funzione del coefficiente di elasticità del materiale e, di conseguenza, di progettare i vincoli in modo scientifico.

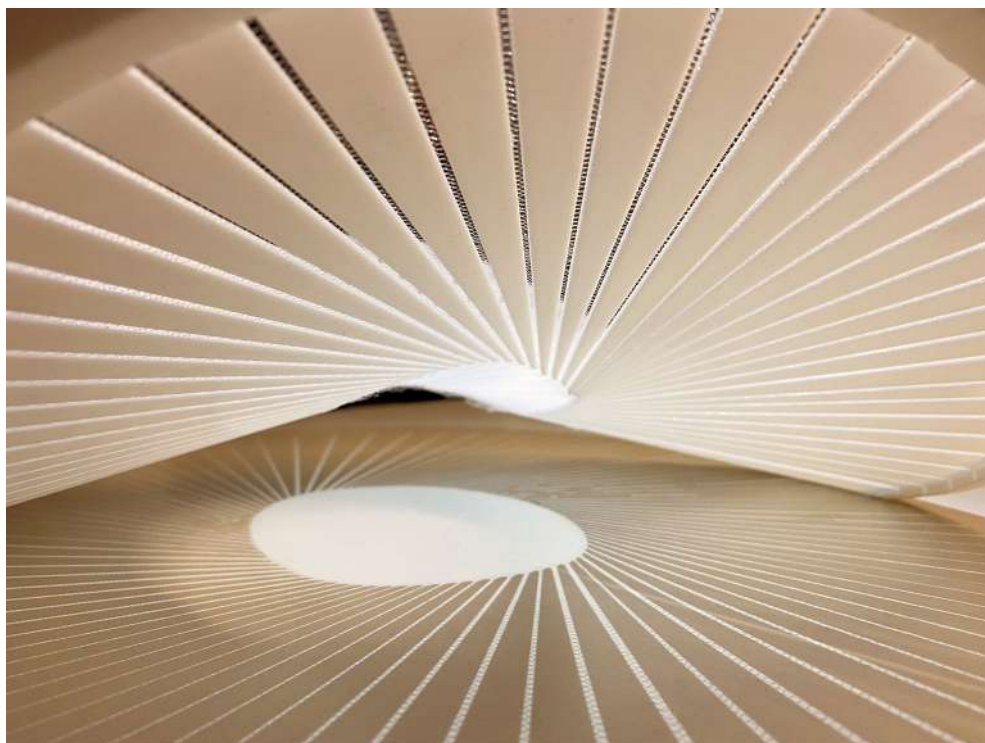
Prototipo 3_PLA stampa su tessuto

Il *prototipo 3* è una delle sperimentazioni più avanzate, si tratta di una lampada a sospensione realizzata con tecnica di fabbricazione additiva composta da due parti: una porzione di cono, il cui bordo inferiore è determinato intersecando il cono con un paraboloide iperbolico, e una tangenziale, ottenuta utilizzando come spigolo di regresso l'intersezione di un cilindro con un paraboloide iperbolico, la stessa curva utilizzata nei casi precedenti.

La geometria è il filo conduttore di tutto il progetto, delle singole parti e delle relazioni che si materializzano per costruire le connessioni. Le due parti, la porzione di cono e la tangenziale, sono tra loro collegate con tre fili di acciaio che coincidono con l'ideale prolungamento di tre generatrici del cono

²⁰ Capone M. 2019.

²¹ Cfr. *Tecniche sperimentali*, p.133.



(Figg.55 e 56). In questo caso la superficie tangenziale utilizzata nel progetto è stata discretizzata in quadrilateri²⁰ ed è stata sperimentata una tecnica basata sull'utilizzo di un materiale tessile, il tulle, su cui sono stati stampati i quadrilateri in PLA.

Questo metodo sperimentale consente di stampare la forma in piano, mentre lo spazio tra le facce è stato calcolato in modo che la superficie sia flessibile quanto necessario²¹. Per conferire forma alla configurazione finale, è stato progettato un bordo esterno rigido, un telaio curvo stampato in PLA, che ha permesso di costruire la forma in equilibrio.

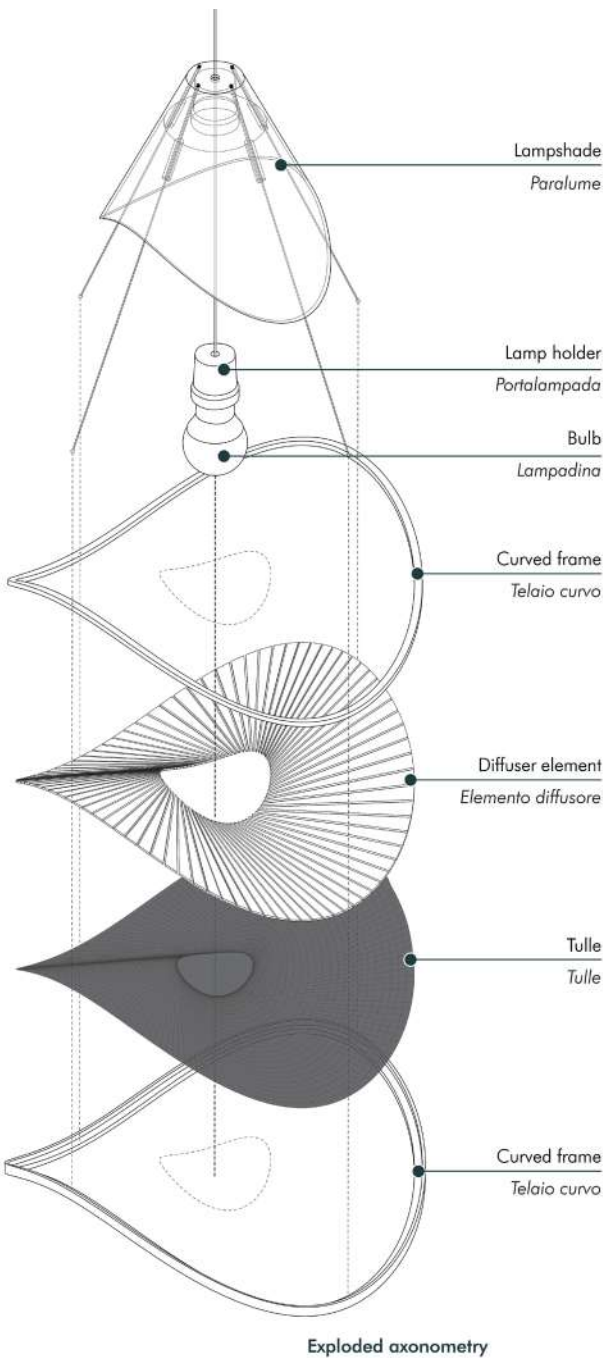
Questa sperimentazione rappresenta un esempio significativo di come l'ibridazione di conoscenze geometriche, tecniche e materiali possa generare un prototipo con caratteristiche estetiche e funzionali interessanti, evidenziando ancora una volta il ruolo

Fig. 54/ Prototipo 3_PLA stampa su tessuto. Sperimentazione per la costruzione del prototipo con tecnica di fabbricazione additiva e tessuto. Dettaglio.



Fig.55/ Prototipo 3_PLA stampa su tessuto. Immagini della lampada. Foto di Paola Buccaro.

Fig.56/ Prototipo 3_PLA stampa su tessuto. Elementi che compongono la lampada e schema di assemblaggio. Disegno di Paola Buccaro.

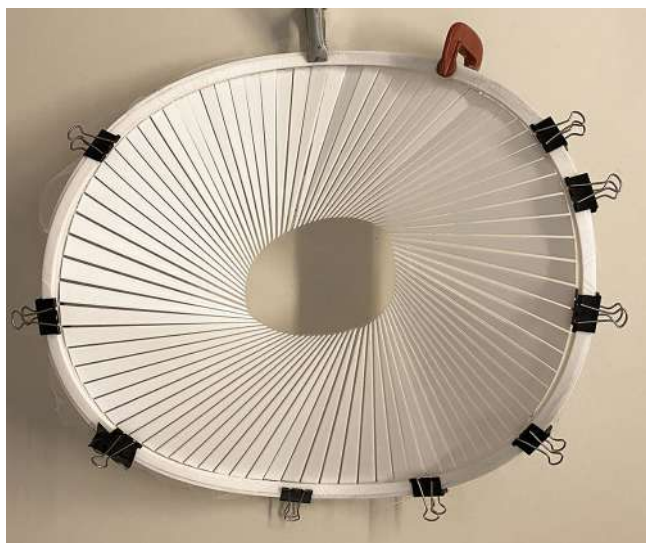


6. Applicazioni



Fig. 57/ Prototipo 3_PLA Pezzo realizzato sperimentando la tecnica di stampa su tessuto. Processo di stampa 3d.

Fig. 58/ Prototipo 3_PLA stampa su tessuto. Fasi per l'assemblaggio del diffusore. Prototipo realizzato da Paola Buccaro.



Dal piano alla superficie

Fig.59/ Prototipo 3_PLA stampa su tessuto. Da questa immagine emerge chiaramente come la geometria sia la guida per il progetto della lampada: i cavi che collegano il pezzo di cono con il diffusore sono disposti in modo da seguire l'andamento ideale di due generatrici.

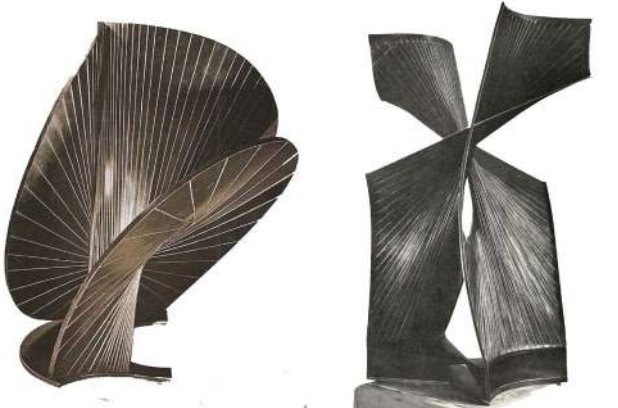


fondamentale della geometria nell'ambito della progettazione e della produzione.

Tangenziale: spigolo di regresso linea grafica

Il caso più generali delle tangenziali è rappresentato dall'utilizzo di una qualsiasi linea grafica assunta come spigolo di regresso. Non partendo da nessuna regola geometrica nota la gestione di una linea grafica qualsiasi si rivela particolarmente complessa così come è complesso il controllo della superficie tangenziale che da questa curva si genera²². Per la costruzione di questo prototipo fonte di ispirazione fondamentali sono stati i modelli fisici realizzati per rappresentare e verificare le proprietà notevoli delle superfici, molto diffusi soprattutto verso la fine

²² Cfr. Generazione dello spigolo di regresso. Intersezioni, p.72.



dell'Ottocento, e alcune opere d'arte che da questi prototipi hanno tratto spunto.

Questo approccio dimostra come la geometria possa essere utilizzata in modo creativo e innovativo, anche senza seguire regole geometriche rigide, aprendo la strada a soluzioni originali e interessanti sia dal punto di vista estetico che funzionale.

I prototipi di modelli matematici, inizialmente sviluppati principalmente per scopi didattici, si diffusero rapidamente fino a diventare oggetto di esposizioni e sezioni specifiche all'interno di molti musei scientifici sia in America che in Europa²³. Questi modelli esercitarono un'influenza significativa

Fig. 60/ Barbara Hepworth. String Figure (Curlew), Version II 1956, edition 1959. Immagine rieditata dall'autore.

Fig. 61/ Barbara Hepworth, Orpheus (Maquette 2) (Version II) 1956, edizione del 1959.

Fig. 62/ Antoine Pevsner: Construction surfaces développables (1938).

Fig. 63/ Antoine Pevsner: Developable victory column (1946).

Fig. 64/ Antoine Pevsner: Surface développable (1938).

²³ Farinella C. 2018.